

*School for Teachers
Училище за учители*

НЕ САМО С ЛИНИЙКА И ПЕРГЕЛ

Боряна Куюмджиева

Профилирана математическа гимназия „Баба Тонка“ – Русе

Резюме. Често пъти в преподавателската си практика сме попадали в ситуацията на задоволство от това, че сме разказали дадена тема прекрасно, упоразнили сме основите понятия достатъчно, направили сме крачка в по-дълбоки води и сме поставили домашна работа, чрез която ще потвърдим общата картина, че всичко е разбрано и усвоено както го усещаме. ...Докато не се окаже, че сме сбъркали в преценката си не защото не сме обективни към себе си, а защото сме субективни към обратната страна – тази на ученика.

Keywords: research approach, dynamic software

Идеята, която искам да споделя с вас, е как да организираме един урок по математика на тема „Построение с линейка и пергел чрез използване на геометрични места от точки“, но... с използване на динамичната компютърна среда GeoGebra. Темата е трудна за усвояване в осми клас, особено в онази част, в която трябва да се изследва броят на възможните решения за построения обект. Когато построението е в динамичната среда, учениците осмислят условията за наличие или отсъствие на търсения обект, по-лесно се справят с цялостната концепция за съществуване на решение на строителната задача.

За конкретност ще разгледам тема с три строителни задачи.

1. Постройте триъгълник по дадени две страни с различни дължини и ъгъл, равен на 30° , лежащ срещу по-малката страна.

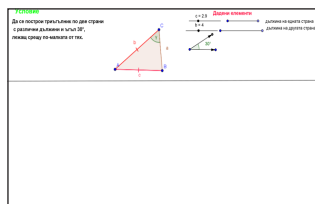
2. Постройте триъгълник по дадена страна, ъгъл срещу нея и радиус на вписаната му окръжност.

3. Постройте ромб по дадена страна и радиус на вписаната му окръжност.

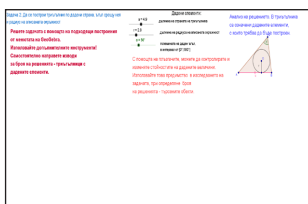
Да започнем с предварителната подготовка за урока. Предполагам, че ще желаете да създадете собствена обучителна система от примери, съдържанието на които ще е необходимо да подготвите технологично, за което смятам да помогна с идеята и реализация чрез избраните от мен три строителни задачи!

Първа стъпка. Подготвям следните четири файла с помощта на GeoGebra – menu1.ggb (фигура 1), menu2.ggb (фигура 2), menu3.ggb (фигура 3) и menu.ggb (фигура 4). В първите три от тях формулирам всяка задача за строение и

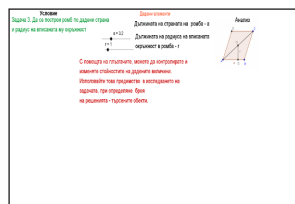
подготвям дадените елементи, като дължините на страните и ъглите са параметризирани чрез стойности на плъзгачи в подходящо избрани според типа на данните интервали.



Фигура 1



Фигура 2



Фигура 3

В примера menu1.ggb (фигура 1) дължината на страната $c \in [0.1; 10]$, а на $b \in (0; 30]$. Нищо особено не се изисква като умение, но една много важна подробност никога не забравяйте. Когато сте готови с разположението на елементите по екрана, не забравяйте да фиксирате тяхната позиция там. Има две възможности и всяка от тях е важна за по-нататъшното използване на въведената от вас информация. Ако използвате „фиксирай“ обекта, то позицията, на която е фиксиран, ще се запази, но ще може да се премества с помощта на мишката. Ако използвате „абсолютно фиксиран“, то елементът не може да се премества с мишката – позицията му е абсолютно зададена. Двете опции могат да бъдат използвани едновременно и това е удобно, когато искате картинката ви да изглежда като „замръзнала“ при опити да се „скролва“ с мишката.

Подгответе файла menu.ggb, който да съдържа обобщената информация по темата – условията на задачите и упътванията, които ще бъдат полезни за учениците.

Условия на задачите в темата

Задача 1. Да се построи триъгълник по две дадени страни с различни дължини и ъгъл $\alpha = 30^\circ$, лежащ срещу по-малката от тях.

Задача 2. Да се построи триъгълник по дадени страна, ъгъл срещу нея и радиус на вписаната окръжност.

Задача 3. Да се построи ромб по дадени страна и радиус на вписаната му окръжност.

Внимание: Дължините и големините на дадените обекти в задачите са параметризирани чрез слайдери, т.е.

$a = 4.9$

дължина на страна на триъгълник

$b = 3.6$

дължина на страна на триъгълник / или ромб

$r = 2.5$

дължина на радиус на вписана окръжност на триъгълник/или ромб

$\alpha = 31^\circ$

големина на даден ъгъл - в интервал от $[0^\circ; 180^\circ]$

Дадени елементи

С помощта на плъзгачите, можете да контролирате и измените стойностите на дадените величини. Използвайте това предимство в изследването на задачите, при определяне броя на решенията - търсените обекти.

Фигура 4

Втора стъпка. Подгответе инструменти – геометрично място от точки, от които дадена отсечка се вижда под даден ъгъл, и геометрично място от точки на равни разстояния от дадена права. Тези инструменти представляват готови команди с разширение *.ggt. Добавят се в средата GeoGebra, като се избере меню Open и се опише пътят до папката, в която са съхранени. Логично е тя да е същата, където са останалите ви файлове на проекта. Вече усещам въпроса: „Но защо е необходимо ние да ги създаваме, няма ли такива?“. Отговорът ми е – в системите за динамична геометрия няма команди за автоматично построяване на тези две множества. Освен това упражненията, върху които се съсредоточавам, не са само със средствата на елементарните построителни ГМТ – симетрала, ъглополовяща и т.н.

След като сте създали новите инструменти, добавете ги към menu1.ggb, menu2.ggb и menu3.ggb, при което ще се появи специална икона в реда с командите, а при кликуване върху тази икона ще се появи падащо меню, в което те са изредени. Може би е интересно да спомена и как точно се създава инструмент. Влезте в системата GeoGebra. Ще създадем заедно геометрично място от точки, от които дадена отсечка се вижда под даден ъгъл. Подказвам алгоритъма за построяването му.

Постройте отсечка с краища две точки. Нека имат етикети А и В. Тази отсечка и крайните точки ще наричаме **начални обекти**.

Добавете плъзгач, чийто тип е ъгъл α , с диапазон $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$. Тази стойност на ъгъла се нарича **начална стойност**, т.е. чрез плъзгача сме определили още един **начален обект**.

Постройте ъгъл с дадена големина α , като първото му рамо съвпада с направиението на построената отсечка. Посоката на въртене при построяване на ъгъла отбележете – „по часовниковата стрелка“. Забележка: в едната полуравнина на построената отсечка ще се появи помощна точка, която показва направиението на второто рамо на ъгъла. Ако големината на ъгъла е 0, то помощната точка може да съвпадне с точка В. Променете стойността на слайдера и ще видите ефекта от построението.

Постройте лъч през А и помощната точка – второто рамото на ъгъла.

Постройте перпендикулярна права през точка А на второто рамо.

Постройте симетралата на отсечката АВ.

Постройте пресечната точка на симетралата и перпендикулярната права. Сложете етикет – нека това е точка О.

Постройте окръжност с център точка О и радиус – ОА. Използвайте средството Compasses от менюто за чертаене на окръжност.

Постройте пресечната точка на окръжността със симетралата на АВ – точка С.

Постройте дъга от окръжност по три точки, като ги посочите в този ред – А, С и В. Това е търсеният обект – ГМТ, който ще наричаме **краен**. Забележка: можете да намерите образа му при симетрия с права, определена от отсечката АВ.

Отворете меню Tools/Create new. В следните менюта
Output objects – посочвате крайния обект – дъга от окръжност;
Input Objects – началните обекти на конструкцията – краищата на отсечката, точките А и В;

Name&Icon:

Tool Name – име, чрез което ще се „разпознава“ в главното меню;

Command Name – име, с което ще се появява в конструкцията;

Tool Help – обяснение към обекта в главното меню;

Icon – икона, с която в главното меню ще се изобрази новото средство. В противен случай ще се присвои стандартна икона.

След потвърждаване в лентата с инструментите ще се появи вашият инструмент с иконата, която сте задали, или с тази по подразбиране на системата – във вид на гаечен ключ.

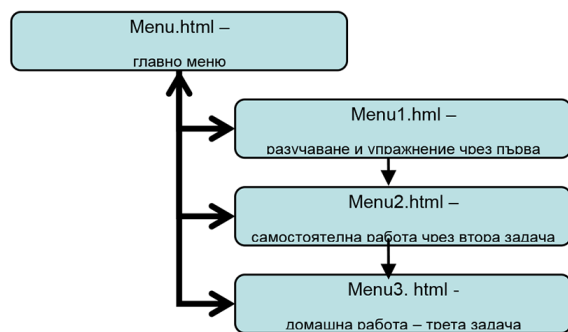
Трета стъпка (не е задължителна). Експортирайте създадените от вас файлове във формат .html. След това отворете всеки от тях с текстов редактор и задайте хипервръзки към останалите. Форматът на връзката е `<a href = "menu.html" _target=""> Към главното меню </a>`. Спазвайте изискването името на всеки файл да се изписва точно така, както е в папката ви. Освен това тук по подразбиране всички файлове на системата са в една папка – текущата. Моята обучителна система има логическата структура, дадена на фигура 5.

В нея със стрелки съм пояснила как се преминава от един файл в друг. Логиката е, че ученикът първо ще изпълни първа задача с помощта на „учител“, т.е. ще проследи стъпките на построението в динамичната среда, втората ще разработи самостоятелно, а третата ще изпълни за домашна работа.

След като системата е готова със съответните вградени препратки между отделните менюта, мисля, че можете да подходите с прилагането ѝ в час. Успех!

Опитът ми показва, че построенията с линейка и пергел са умения, които трябва да бъдат отработени в началото, когато се изучават елементарните построения на права, успоредна на дадена, ъгъл, равен на даден ъгъл, симетрала,

ъглополовяща на ъгъл и подобни. След като тези умения са вече факт, следва да се акцентува на решаване на задачи, в които се използва комбинация от ГМТ. Този преход винаги е бил труден заради абстрактното съществуване на дадени елементи, от които учениците трябва да сътворят реален модел. Липсата на практически умения най-ясно се изразява в



Фигура 5

този дял от математическото знание. В този смисъл, смятам, че е полезно използването на динамичен софтуер, защото осигурява възможност всеки ученик със собствено темпо да подходи към анализ и построение, да се „докосне“ до проблема, както и сам да експериментира, достатъчно и задълбочено в изводите за съществуване на търсения обект. „Приятелският“ модел, чрез който се изпълняват всички построения на основни обекти в GeoGebra, позволява на преподавателя да прояви творчество при конструиране не само на допълнителни математически обекти, но и да пресъздаде собствен сценарий на обучението в динамична среда.

REFERENCES / ЛИТЕРАТУРА

- Chehlarova, T., Gachev, G., Kenderov, P. & Sendova, E. (2014). *A Virtual School Mathematics Laboratory*. In: V Nacional conference in E-learning, Ruse, pp.146 – 151. [Chehlarova, T., Gachev, G., Kenderov, P. & Sendova, E. (2014). *A Virtual School Mathematics Laboratory*. In: *V Национална конференция по електронно обучение*. Русе, 16 – 17. 06.2014. стр.146 – 151].
- Kenderov P., Chehlarova, T. & Ganchev, G. (2015). *Izsledovatelски podhod v matematicheskoto obrazovanie (pomagalo za obuchenie na obuchiteli)*. [Кендеров, П., Чехларова, Т. & Ганчев, Г. (2015). *Изследователски подход в математическото образование (помагало за обучение на обучители)*].
- Lozanov, Ch., Vitanov, T. & Nedevski, P. (1999). *Matematika 8 klas*. Sofia: Anubis. [Лозанов, Ч. Витанов, Т. & Недевски, П. (1999). *Математика VIII клас*. София: Анубис].

NOT ONLY WITH A RULER AND COMPASSES

Abstract. In our teaching practice we are often in a situation of being satisfied from telling excellently a specific topic, exercising basics concepts enough, making a step in a deeper water or putting a homework through which confirms the general picture that everything is understood and absorbed right. ...until we assume that we are wrong in our assessment, not because we are not objective about ourselves, but because we are subjective to the other side – the student's one.

✉ **Ms. Boryana Kuymdjieva**

“Baba Tonka” High School of Mathematics
18, Ivan Vazov Str.
Ruse, Bulgaria
E-mail: boryana_ak@abv.bg