

ИЗСЛЕДВАНИЯ, СВЪРЗАНИ С КОНСТАНТАТА НА КАПРЕКАР

**Петко Казанджиев, Мартин Иванов,
Цеца Байчева, Кинка Кирилова-Лупанова**

Природо-математическа гимназия „Васил Друмев“ – Велико Търново

Резюме. Разработката съдържа наблюдения, свързани с Константата на Капрекар. В изследването е обяснен начинът, по които се намират константите за двуцифрени, трицифрени и четирицифрени числа. Търсят се константи при петцифрени, шестцифрени, седемцифрени, осемцифрени и деветцифрени числа. Тези наблюдения водят до някои интересни изводи. Всички представени резултати са получени с помощта на компютърна програма, написана на Java.

Keywords: *Caprekar's constant; research*

За Константата на Капрекар

Прочитът на статията (Grozdev & Nenkov, 2014) на проф. С. Гроздев и доц. В. Ненков провокира у нас интерес към темата Константата на Капрекар.

Датарейя Капрекар е индийски математик. Роден е през 1905 година и умира през 1986. Работил е като учител. Занимавал се е в сферата на естествените числа, а най-голямото му откритие е именно константата, наречена на него.

Съществува интересна закономерност, свързана с четирицифрените числа, открита от Капрекар. Изследването, което е направил Капрекар, е свързано с образуването на най-голямото и най-малкото число от цифрите на произволно четирицифрено число. След това се намира тяхната разлика. С полученото число се повтаря същата операция и т.н. Ще наричаме това преобразуване на Капрекар. Оказва се, че след краен брой стъпки винаги се получава числото 6174. След повтаряне на споменатата операция то се превръща в себе си. Това число се нарича Константата на Капрекар. В споменатата публикация (Grozdev & Nenkov, 2014) е доказано, че за всички четирицифрени числа, които имат поне две различни цифри, след повтаряне на операцията най-много седем пъти се получава Константата на Капрекар.

В настоящата разработка се изследва, с помощта на компютърна програма, какво се получава при прилагането на преобразуването на Капрекар за многоцифрени числа. При преобразуването на Капрекар две числа с едни и същи цифри се преобразуват в едно и също число. Такива числа наричаме еквивалентни спрямо преобразуването на Капрекар.

Двущифрени и трищифрени числа

За двущифрени числа няма определена константа, тъй като винаги се стига до повторението на редицата 45,9,81,63,27,45,... .

Числото 495 е константа за всички трищифрени числа и се получава след най-много пет стъпки.

Наблюдения

От направените наблюдения се установява, че такава константа за числата с брой на цифрите, по-голям от четири и по-малък от десет, няма. Получават се някои интересни ситуации. Стига се до число, което след краен брой стъпки се превръща в себе си. Такова число ще наричаме константа. При петцифрените числа има десет константи, при шестцифрените – девет, при седемцифрените – осем, при осемцифрените – дванадесет, при деветцифрените – шестнадесет.

Получават се следните резултати.

N-digit numbers	N=5	N=6	N=7	N=8	N=9
Constants	10	9	8	12	16
Капрекар Constants	0	2	0	2	2
Series	3	1	1	2	1

Резултати при петцифрени числа

При петцифрените числа се разглеждат 1974 нееквивалентни числа с поне две различни цифри, като при тях се получават десет константи.

На първия ред на таблицата са константите (К). На втория ред е броят на числата, от които се получава съответната константа (Б.Ч).

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10
К	53955	59994	61974	62964	63954	71973	74943	75933	82962	83952
Б.Ч.	80	28	118	118	454	148	628	206	102	92

След наблюдения се забелязва, че при прилагането на операцията за намиране на константи върху самите константи се получават интересни резултати.

Първите две константи се преобразуват от една в друга след една стъпка, а след две се връщат в себе си. Третата, шестата, осмата и деветата константа след не повече от три преобразувания се превръщат от една в друга. След четири преобразувания се връщат в себе си. Аналогично се получава за константи четири, шест, седем и десет. Това е илюстрирано в следната таблица.

K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10
53955	59994	61974	62964	63954	71973	74943	75933	82962	83952
59994	53955	82962	71973	61974	83952	62964	63954	75933	74943
53955	59994	75933	83952	82962	74943	71973	61974	63954	62964
		63954	74943	75933	62964	83952	82962	61974	71973
		61974	62964	63954	71973	74943	75933	82962	83952

Числата, отбелязани в съответните цветове, след съответен брой стъпки се преобразуват от едно в друго, с което константите намаляват до три:

- константа А (59994, 53955).
- константа В (61974, 63954, 75933, 82962).
- константа С (62964, 71973, 74943, 83952).

Резултати при шестцифрени числа

При шестцифрените числа се разглеждат 4977 нееквивалентни числа с поне две различни цифри, като при тях се получават девет константи.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9
К	420876	549945	631764	642654	750843	840852	851742	860832	862632
Б.Ч	1839	30	352	126	135	225	1464	712	94

Втората и третата константа се превръщат в себе си. Първата, четвъртата, петата, шестата, седмата и осмата константа след не повече от шест преобразувания се превръщат от една в друга. След седем преобразувания се връщат в себе си.

K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9
420876	549945	631764	642654	750843	840852	851742	860832	862632
851742	549945	631764	420876	840852	860832	750843	862632	642654
750843			851742	860832	862632	840852	642654	420876
840852			750843	862632	642654	860832	420876	851742
860832			840852	642654	420876	862632	851742	750843
862632			860832	420876	851742	642654	750843	840852
642654			862632	851742	750843	420876	840852	860832
420876			642654	750843	840852	851742	860832	862632

Числата, отбелязани в съответните цветове, след съответен брой стъпки се преобразуват от едно в друго, с което константите намаляват до три:

- константа А (420876, 642654, 750843, 840852, 851742, 860832, 862632).
- константа В (549945).
- константа С (631764).

Резултати при седемцифрени числа

При седемцифрените числа се разглеждат 11412 нееквивалентни числа с поне две различни цифри, като при тях се получават осем константи.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
К	7509843	7519743	7619733	8429652	8439552	8649432	8719722	9529641
Б.Ч	1316	108	462	7432	418	1012	204	460

K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
7509843	7519743	7619733	8429652	8439552	8649432	8719722	9529641
9529641	8429652	8439552	7619733	7509843	7519743	8649432	8719722
8719722	7619733	7509843	8439552	9529641	8429652	7519743	8649432
8649432	8439552	9529641	7509843	8719722	7619733	8429652	7519743
7519743	7509843	8719722	9529641	8649432	8439552	7619733	8429652
8429652	9529641	8649432	8719722	7519743	7509843	8439552	7619733
7619733	8719722	7519743	8649432	8429652	9529641	7509843	8439552
8439552	8649432	8429652	7519743	7619733	8719722	9529641	7509843
7509843	7519743	7619733	8429652	8439552	8649432	8719722	9529641

В този случай се получава най-интересният резултат. Всяка константа се преобразува във всяка друга, т.е. има само една константа:

- константа А (7509843, 7519743, 7619733, 8429652, 8439552, 8649432, 8719722, 9529641).

Резултати при осемцифрени числа

При осемцифрените числа се разглеждат 24282 нееквивалентни числа с поне две различни цифри, като при тях се получават дванадесет константи.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
К	43208766	63317664	64308654	64326654	75308643	83208762
Б.Ч	198	300	1075	318	271	784

	K7	K8	K9	K10	K11	K12
К	84308652	85317642	86308632	86326632	86526432	97508421
Б.Ч	665	818	6043	3315	10174	321

Втората и дванадесетата константа се превръщат само в себе си. Първата, четвъртата, петата, седмата, осмата, деветата и десетата константа след не повече от шест преобразувания се превръщат от една в друга. След седем преобразувания се връщат в себе си. Третата, шестата и единадесетата константа след не повече от две преобразувания се превръщат от една в друга. След три преобразувания се връщат в себе си.

K1	K2	K3	K4	K5	K6
43208766	63317664	64308654	64326654	75308643	83208762
85317642	63317664	83208762	43208766	84308652	86526432
75308643		86526432	85317642	86308632	64308654
84308652		64308654	75308643	86326632	83208762
86308632			84308652	64326654	
86326632			86308632	43208766	
64326654			86326632	85317642	
43208766			64326654	75308643	

K7	K8	K9	K10	K11	K12
84308652	85317642	86308632	86326632	86526432	97508421
86308632	75308643	86326632	64326654	64308654	97508421
86326632	84308652	64326654	43208766	83208762	
64326654	86308632	43208766	85317642	86526432	
43208766	86326632	85317642	75308643		
85317642	64326654	75308643	84308652		
75308643	43208766	84308652	86308632		
84308652	85317642	86308632	86326632		

– константа А (43208766, 64326654, 75308643, 84308652, 85317642, 86308632, 86326632).

– константа В (64308654, 83208762, 86526432).

– константа С (63317664).

– константа D (97508421).

Резултати при деветцифрени числа

При деветцифрените числа се разглеждат 48592 нееквивалентни числа с поне две различни цифри, като при тях се получават шестнадесет константи.

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
К	554999445	753098643	762098733	763197633	844296552	863098632	864197532	865296432
Б.Ч	30	252	890	7658	644	24598	2388	5268

	K9	K10	K11	K12	K13	K14	K15	K16
K	865395432	873197622	874197522	883098612	954197541	964395531	965296431	976494321
Б.Ч	786	2334	204	186	1386	562	988	418

Първата и седмата константа се превръщат само в себе си. Втората, третата, четвъртата, петата, шестата, осмата, деветата, десетата, единадесетата, дванадесетата, тринадесетата, четиринадесетата, петнадесетата и шестнадесетата константа след не повече от тринадесет преобразувания се превръщат от една в друга. След четиринадесет преобразувания се връщат в себе си.

K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8
554999445	753098643	762098733	763197633	844296552	863098632	864197532	865296432
554999445	954197541	964395531	844296552	762098733	965296431	864197532	763197633
	883098612	863098632	762098733	964395531	873197622		844296552
	976494321	965296431	964395531	863098632	865395432		762098733
	874197522	873197622	863098632	965296431	753098643		964395531
	865296432	865395432	965296431	873197622	954197541		863098632
	763197633	753098643	873197622	865395432	883098612		965296431
	844296552	954197541	865395432	753098643	976494321		873197622
	762098733	883098612	753098643	954197541	874197522		865395432
	964395531	976494321	954197541	883098612	865296432		753098643
	863098632	874197522	883098612	976494321	763197633		954197541
	965296431	865296432	976494321	874197522	844296552		883098612
	873197622	763197633	874197522	865296432	762098733		976494321
	865395432	844296552	865296432	763197633	964395531		874197522
	753098643	762098733	763197633	844296552	863098632		865296432

K9	K10	K11	K12	K13	K14	K15	K16
865395432	873197622	874197522	883098612	954197541	964395531	965296431	976494321
753098643	865395432	865296432	976494321	883098612	863098632	873197622	874197522
954197541	753098643	763197633	874197522	976494321	965296431	865395432	865296432
883098612	954197541	844296552	865296432	874197522	873197622	753098643	763197633
976494321	883098612	762098733	763197633	865296432	865395432	954197541	844296552
874197522	976494321	964395531	844296552	763197633	753098643	883098612	762098733
865296432	874197522	863098632	762098733	844296552	954197541	976494321	964395531
763197633	865296432	965296431	964395531	762098733	883098612	874197522	863098632
844296552	763197633	873197622	863098632	964395531	976494321	865296432	965296431
762098733	844296552	865395432	965296431	863098632	874197522	763197633	873197622

964395531	762098733	753098643	873197622	965296431	865296432	844296552	865395432
863098632	964395531	954197541	865395432	873197622	763197633	762098733	753098643
965296431	863098632	883098612	753098643	865395432	844296552	964395531	954197541
873197622	965296431	976494321	954197541	753098643	762098733	863098632	883098612
865395432	873197622	874197522	883098612	954197541	964395531	965296431	976494321

– константа А (554999445).
– константа В (864197532).
– константа С (753098643, 762098733, 763197633, 844296552, 863098632, 865296432, 865395432, 873197622, 874197522, 883098612, 954197541, 964395531, 965296431, 976494321).

NOTES/БЕЛЕЖКИ

1. http://en.wikipedia.org/wiki/6174_%28number%29

REFERENCES/ЛИТЕРАТУРА

Grozdev, S. & Nenkov. V. (2014). Konstanta na Kaprekar. *Matematika+*, 1, 65 – 68. [Гроздев, С. & Ненков. В. (2014). Константа на Капрекар. *Математика+*, 1, 65 – 68].

RESEARCH ON THE KAPREKAR'S CONSTANT

Abstract. This study expands on observations related to the Kaprekar's constant. In the research, the way how constants for 2, 3 and 4-digit numbers are found is explained. Constants for 5, 6, 7, 8 and 9-digit numbers are sought. These observations have led to some interesting conclusions. All the results presented are made using a computer program written in Java.

✉ **Petko Kazandzhiev, Martin Ivanov,**
Tsetsa Baycheva, Kinka Kirilova-Lupanova
High School of Mathematics and Natural Science „Vasil Drumev”
10, Vela Blagoeva Str.
5000 Veliko Tarnovo, Bulgaria
E-mail: pmgvt@abv.bg