

## **ДИСКУСИОННИ МОМЕНТИ, СВЪРЗАНИ С ОБУЧЕНИЕТО ПО СТАТИСТИКА КАТО ДЯЛ ОТ МАТЕМАТИКАТА В УЧИЛИЩНОТО ОБРАЗОВАНИЕ**

**Доц. Маргарита Ламбова, д-р Ваня Стоянова**  
*Икономически университет – Варна*

**Резюме.** Представени са разсъждения относно проблемни моменти при обучението по статистика като дял от математиката в училищното образование.

Засегнати са проблеми, свързани, от една страна, с преобладаващия подход за включване на статистиката в училищното образование, при който статистиката се възприема като дял от математиката, а от друга – с дефинирането на понятийния апарат, игнорирането на изискванията на теорията на измерването и липсата на системен подход при надграждането на знания, следствие от конфигурацията на учебните програми.

В съответствие с поставената цел се предлага аргументация на защитаваната теза, според която утвърденият чрез учебните програми подход възпрепятства изграждането на системни и логически непротиворечиви знания относно събирането, обработката и анализа на статистическа информация.

*Ключови думи:* статистика; училищното образование; учебни програми

### **Въведение**

Като университетски преподаватели по статистика, ежегодно се сблъскваме с предварителни негативни нагласи към статистическата наука, формирани у студентите още преди да започнат обучението при нас. Става въпрос за предубеждения, свързани със смисъла на изучаването на статистическата методология, неразбираемостта и неусвоимостта на тази учебна материя, както и с подигравателното отъждествяване по смисъл на статистиката с жаргонното понятие стъкмистика. Тези предварителни нагласи, срещу които сме принудени да се борим в рамките на един семестър обучение по „Въведение в статистиката“, ни провокираха да потърсим евентуалните причини за възникването им, една от които предположихме, че може да е свързана с обучението по статистика като дял от математиката в училищното образование. На базата на разгледаните учебни програми и учебници по математика, утвърдени от МОН, стигнахме до убеждението, че методическият подход при включването

на елементи от вероятности и статистика в обучението на учениците води до формирането на представа за статистиката, основаваща се на натрупани несистемни и непълни знания „на парче“, които трудно биха могли да бъдат използвани за съобразен с изискванията на статистическата методология анализ на статистическа информация и разбиране същността на статистическите закономерности, характеризиращи явленията от заобикалящата ни действителност.

**Целта** на разсъжденията се състои в разкриването на проблемни моменти, свързани с обучението по статистика като дял от математиката в училищното образование и на тази основа доказване на тезата, че утвърденият чрез учебните програми подход възпрепятства изграждането на системни и логически непротиворечиви знания относно събирането, обработката и анализа на статистическа информация.

Проблемните моменти, залегнали в учебните програми по математика и оттам намерили отражение в учебниците по математика, са от различно естество, като за целта на изследването са отнесени в две основни групи, които в настоящата разработка са разгледани диференцирано и представляват основание за формулиране на следните две основни задачи, чрез които да бъде постигната целта на изследването.

1. Разкриване на проблеми, свързани с възприемането на статистиката като дял от математиката и оттам с пренебрегването на статистическата логика и на изискванията на статистическата методология.
2. Разкриване на проблеми, свързани с дефинирането на понятийния апарат, игнорирането на изискванията на теорията на измерването и липсата на системен подход при надграждането на знания.

### **1. Статистика и математика – пресичащи се самостоятелни науки или част от цяло?**

Въпросът относно мястото на статистиката е от особено значение при избора на подход за нейното преподаване.

Когато статистиката се възприема като самостоятелна наука с обект, предмет и задачи на познанието, различни от тези на математиката, акцентът при обучението се поставя върху статистическата логика, свързана с разбирането на същността и взаимовръзките на явленията от заобикалящата ни действителност, естеството на свойствата, характеризиращи единиците, чрез които се проявяват явленията в определени времеви и пространствени граници, възможностите за измерване на тези свойства чрез подходяща операционализация, включваща създаването на измерителни инструменти не само за количествени, но и за качествени свойства, както и определянето на нивото на скалиране на използваните индикатори. Следователно от първостепенно значение е качественият анализ на явленията от заобикалящата ни действителност.

телност и създаването на колкото се може по-адекватна числова проекция на емпиричните дадености, върху които вторично стъпва количественият анализ с помощта на статистически методи, избрани съобразно естеството на статистическата информация.

Когато статистиката се възприема като дял от математиката, тя е подвластна на изцяло на математическата логика, т.е. на логиката на чистите числа, за която е без особено значение какво е естеството на елементите на изучаваните множества, логическата същност на променливите, чрез които се характеризират те, както и разположението на множеството във времето и пространството. В този смисъл, може да се твърди, че акцентът при обучението се поставя върху количествения анализ, като статистиката се свежда до съвкупност от механично приложими количествени способности, методи, техники и измерители, до голяма степен лишена от своя собствена логика и философия, от качествения анализ на данните, който е необходима предпоставка за правилен избор на методи и обуславя надеждността и логическата състоятелност на получените резултати. При подобен подход се допуска изучаването на статистическите методи да се осъществява „на парче“, без да се обръща особено внимание на предпоставките и ограниченията за приложението им, както и на последствията от недопустимото им използване. По този начин поднесени, статистическите методи и измерители изглеждат универсални, тъй като не се обръща внимание на логическото естество на статистическата информация, за която те са подходящи. От преминалите такова обучение ученици според нас не може да се очаква, че ще бъдат в състояние да работят правилно със статистическа информация, тъй като те са приели, че при използването на статистически инструментариум приоритетни са изчислителните процедури, които могат да бъдат осъществявани винаги когато е налице числова информация, без да могат да направят преценка дали методът е в състояние да осигури логическа състоятелност на резултатите. За съжаление, според нас това е подходът, който доминира при включването на статистиката в обучението по математика в училищното образование в България, като може да се предполага, че по отношение на мястото на статистическата наука при конфигуриране на учебните програми мнението на математиците е надделяло над това на статистиците.

Статистиката е наука, за която все още не съществува единство в мнението относно нейните епистемологични основи и връзката ѝ с математиката. Въпреки че възниква независимо от математиката с цел установяване на закономерности в държавата на базата на обобщаване на емпирична информация за нея, съществува нескончаем спор между статистици и математици относно мястото ѝ сред академичните дисциплини и връзката ѝ с математиката. Докато статистиците имат достатъчно аргументи в полза на твърдението за самостоятелния характер на статистическата наука, свързани както с нейния

произход, така и с обекта, задачите на изучаване и с преобладаващия логически подход, на който се основава статистическото познание, математиците възприемат статистиката като дял от математиката заради използвания от нея математически инструментариум.

Дори в най-популярната онлайн енциклопедия Уикипедия няма единство относно дефинициите на понятието статистика в статиите на различните езици. Споменаваме я, тъй като ученици и студенти масово черпят информация от нея, като обикновено запаметяват или преписват първите изречения, съдържащи основните дефиниции.

Според англоезичната версия, позоваваща се на Upton и Cook (2014), както и на Romeijn (2014), статистиката е дисциплина за наблюдение, организация, анализ и интерпретация на данни. Пак там е цитиран Dodge (2006), според когото статистиката се занимава с всички аспекти на данните, включително планирането на наблюдението от гледна точка на конфигурацията на анкети и на експерименти. Посочва се, че при анализа на данни се използват два основни способа – дескриптивна статистика и статистика на заключенията, като само последната се дефинира като математическа статистика, която представлява дял от математиката.

В немскоезичната версия статистиката се дефинира като учение за методите за работа с количествена информация, което дава възможност за създаване на системна връзка между опита (емпириката) и теорията (Rinne 2008). Според цитираните там автори (Lincoln 1986; Moore 1992; Hays 1973) статистиката, от една страна, се възприема като самостоятелна математическа дисциплина за събиране, анализ, интерпретация и представяне на данни (емпирична, описателна статистика), а от друга страна – като дял от математиката, в частност на стохастиката (статистика на заключенията).

В рускоезичната статия статистиката се дефинира като наука, която се занимава с основните въпроси на наблюдението, измерването, мониторинга и анализа на масови статистически данни и тяхното сравнение; изучаването в числова форма на количествената страна на масовите обществени явления. Посочено е, че статистиката се възприема преди всичко като самостоятелна научна дисциплина, като през втората половина на XIX и началото на XX век се формира и научната дисциплина математическа статистика като дял от математиката.

Според нас най-неточна и тясна по съдържание в сравнение с изброените е дефиницията в българоезичната статия: статистиката е дефинирана като математическа дисциплина, която изучава добиването на информация чрез анализ и интерпретация на емпирични данни, използвайки теорията на вероятностите. Тази дефиниция отъждествява статистиката с математическата статистика, не я разглежда като самостоятелна наука със собствени задачи на познанието, а като дял от математиката. Тя сугестира убеждението, че цялата статисти-

ческа методология се основава на теорията на вероятностите, включително дескриптивната статистика, което не съответства на реалните дадености и формира неправилна представа относно нейните епистемологични основи.

Според Menges (1968) статистиката е универсално приложима методологическа наука, която обслужва други науки. Характерно е, че статистиката се прилага в други науки, а от своя страна, в нея редом с теорията на познанието намира приложение основно математиката, откъдето произлиза особената връзка между двете науки и убеждението, налагано най-вече от математиците, че статистиката е дял от приложната математика. По същата логика обаче бихме могли да приемем всяка наука, в която статистическите методи намират приложение, за статистика. Въпросът е биха ли се съгласили например маркетингозите с твърдението, че маркетингът е дял от статистиката, след като при маркетинговите изследвания се използва статистически инструментариум?

Това, че математиката осигурява на статистиката формалните инструменти, най-вече теорията на вероятностите, без която съвременната статистика е немислима, не е достатъчен аргумент в полза на твърдението, че статистиката е дял от математиката. Видният английски статистик Роналд Фишер още през 1935 г. с доста ирония е обърнал внимание на тази заблуда (Menges 1968): „Трябва да подчертая, че математиците са експерти и изключително квалифицирани в точните и прецизните дедуктивни разсъждения. В областта на дедуктивната логика, когато се извършват математически действия, те разбира се, са експерти. Но би било грешка да смятаме, че математиците, като такива, са особено добри в индуктивните логически процеси, необходими за усъвършенстване на познанията ни за заобикалящия ни свят и включващи разсъждения, разпростиращи се от наблюдението до изводите, които фактите на наблюдението налагат“.

Според Wagemann (1935) математиката е науката на чистото число, статистиката – тази на емпиричното число. Въпреки че тази дефиниция е твърде обща и не съвсем точна, тя съдържа основополагащото различие между двете науки. Полето на дейност на математиката се намира в царството на идейните обекти, голяма част от математическото познание се добива по дедуктивен път, т.е. заключенията за частното се правят на базата на общите закономерности (Menges, 1968). Статистиката изследва реално съществуващи явления от заобикалящата ни действителност, като основният логически подход е индуктивният, при който познанието за общите закономерности се добива на базата на обобщението и анализа на данни, получени от масови наблюдения на емпиричните дадености, т.е. на статистическа информация, която според Menges (1968) се характеризира чрез следните основни свойства:

- според обекта – отнася се за явления от действителността;
- според формата – числова;

– от гледна точка на нейното подчинение – основава се на теоретичен модел, който дава отговор на въпросите защо, какво и как измерваме.

Много често не се обръща внимание на последното от изброените свойства, като всяка информация, която е количествена и емпирична, се възприема като статистическа, без значение по какъв начин е добита тя и какъв смисъл има в контекста на въпросите защо, какво и как измерваме. Докато за математиката тези въпроси са второстепенни, като от първостепенно значение за приложението на математически инструментариум е наличието на числова информация за дадено множество, която не е задължително да бъде с подобна „предистория“, за статистиката приоритетно е определянето на естеството на информацията от гледна точка на предварително дефинирани от дадена теория понятия и категории, върху които стъпва измерването. Трябва да са дефинирани единиците на наблюдение, да е даден отговор на въпроса защо се осъществява измерването, и не на последно място да са конструирани измерителни инструменти за количествени и качествени свойства, позволяващи максимално адекватна числова проекция на емпиричните дадености, задаващи нивото, до което може да достигне информацията от гледна точка на възможностите за установяване и/или измерване на различието между значенията на променливите, т.е. нивото на скалиране, обуславящо избора на подходящ статистически инструментариум. Когато бъде пренебрегнат въпросът, свързан с начина на измерване и нивото на скалиране, тогава е много вероятно да не бъдат спазени изискванията за приложение на статистически методи и измерители, особено когато се работи с псевдоколичествени индикатори, при конструирането на които участват променливи, чиито естествено степенувани значения могат да бъдат установени само на базата на субективна преценка. Подобни индикатори, въпреки че са с количествено изражение на значенията, са с ординално ниво на скалиране, при което са лишени от логическо съдържание числови конструкции, получени чрез операциите събиране, изваждане, умножение и деление на значенията (ранговете), следователно емпиричното разпределение не е допустимо да бъде характеризирано чрез параметрите средна аритметична величина и дисперсия, изчисляването на които се базира на тези математически операции. От гледна точка на математиката проблемът не е съществен, тъй като на преден план излиза чистото число без „предистория“, докато от гледна точка на статистическата наука при измерването числото може да е първично или вторично. То може да бъде обективна проекция на емпиричните дадености при работа с количествени признаци, числов ранг според субективно въведени степени на качествени признаци с естествена градация на значенията или числов код на значенията на качествени признаци с равнопоставени значения. Статистически методи, основаващи се на параметрите на разпределението, биха довели до логически състоятелни резултати само тогава, когато използваните данни са резултат от измерване-

то на значенията на количествени признаци, тъй като само метричната скала позволява надеждна информация относно средната аритметична величина и дисперсията. Когато на преден план е чистото число, нивото на скалиране е без значение и изчисляването на параметри на емпирични разпределения по значенията на ординално скалирани признаци не се полемизира, въпреки че математически операции с числовите рангове по правило водят до логически несъстоятелни резултати, тъй като „абсолютната разлика между значенията не може да бъде интерпретирана“ (Hartung 2009).

Въз основа на направените разсъждения имаме основания да твърдим, че когато при обучението статистиката се възприема като дял от математиката, а не като самостоятелна наука със собствена логика и философия, е много вероятно да се влезе в противоречие с изискванията за приложение на статистическите методи, които до голяма степен са свързани с „предисторията“ и естеството на числовите данни.

## **2. Статистиката в учебните програми по математика – предпоставка или пречка за придобиване на статистически знания и практически умения?**

„Пред хората стоят проблеми, непознати за предишните поколения, които изискват често нестандартни решения, за които са необходими научно грамотни хора, обучени да откриват, формулират и решават проблеми“ (Gaidarova, Manev, Petkova & Georgiev 2015). Това мнение, с което сме напълно съгласни, е и в основата на възприетите действия от страна на МОН за промяна и осъвременяване на стратегията за образованието и на учебните програми в България, като ги съобразят с новите цели пред образователния процес, а именно формиране на умения за решаване на реални проблеми. Тези умения са наречени компетентности (Gaidarova, Manev, Petkova & Georgiev 2015) и според нас се свързват с:

1. добре развито критично мислене, което помага да се дефинира правилно конкретен практически проблем;
2. придобиване на нови знания, които дават способност за анализ и оценка на проблема, откриване на причинно-следствени връзки;
3. аргументиран избор на метод, начин за решаване на този проблем.

За оценка на тези компетентности се използват международни изследвания и национални оценявания. Едно от международните изследвания, в които България участва, е PISA. Резултатите от участията на страната ни в изследването PISA, и особено тези от тях след 2000 година показват, че обучението все още е ориентирано към запаметяване и възпроизвеждане на определена информация и все още не допринася за формиране на умения за справяне с проблеми, произтичащи от реални житейски ситуации (Petrova 2010). Според мнение на министър Вълчев, изразено по време на Третата европейска сре-



ща на високо равнище на тема „Трансформация на цифровото образование: изграждане на устойчивост в Европейското образователно пространство“ (*Third European Education Summit: Digital Education Transformation – Building Resilience European Education, 10.12.2020*), всеки учител днес среща трудности при мотивирането на учениците да учат, като това особено се отнася за областта на математиката и природните науки, а именно те са ключови за развитието на дигиталната креативност.

Основните цели пред образованието днес са чрез обучението да се формират знания и умения (компетентности), свързани с тяхното практическо приложение, за решаване на конкретни практически проблеми и мотивация на учениците за обучение и творческо мислене. На първо място за реализирането им е необходимо да се адаптират учебните програми към поставените цели и изискванията към образователния процес.

Обучението по статистика, макар и не в самостоятелна дисциплина, а като част от математиката, трябва да се съобрази с новите изисквания, още повече че в изследването PISA се включват задачи и от област статистика. Ролята на обучението по статистика за формиране на умения (компетентности) за решаване на реални практически проблеми се обуславя и от особеностите на статистическото изучаване като познавателен процес, а именно:

1. това не е способ за абстрактнотеоретичен анализ, а за конкретно познание в съвкупностна форма;
2. статистическото изучаване се характеризира с единство между количествената и качествената страна на явленията, т.е. изучаването на количествената страна на явленията се основава на знанията за качествената им природа (Gatev 1991).

Качественият анализ е условие за правилно приложение на количествения анализ. В този смисъл, качественият анализ е предварителен, предшествващ количествения. Нарушаването на тази последователност води до риск от формално приложение на статистическия метод и до допускане на грешки или невъзможност за тълкуване и интерпретация на резултатите. При това положение, дори и да има натрупани някакви откъслечни знания за статистическото изучаване, те няма да доведат до формиране на умения за реалното им приложение.

За да бъдат формирани компетентности у учениците за практическо приложение на статистическите методи, е необходимо знанията, които те получават, да бъдат съобразени с тези особености. За целта е необходимо да бъдат въведени и ясно дефинирани основните статистически понятия като статистическа съвкупност, статистически единици, статистически признаци. Това е предпоставка за правилното определяне на обекта на статистическото изследване и неговите характеристики. Именно чрез въвеждането на основните понятия учениците имат възможност да разграничат абстрактните множества



от конкретните статистически съвкупности, единиците, които ги съставят, и признаците, които ги характеризират, и на тази основа да се открият възможностите за практическо приложение на статистическото изучаване.

Качественият анализ на обекта на изследване и неговите свойства е в основата на всяко статистическо изследване, на него се основават и възприетите начини за измерване. Правилното измерване е предпоставка за получаване на обективна статистическа информация. В тази връзка, следва да се разгледат различните измерителни скали и възможностите, които те предоставят за измерване на различието между значенията на признаците със съответното ниво на скалиране, както и свързаните с тях изисквания за приложение на статистически методи и измерители. Разкриването на различията между скалите позволява да се осъзнае, че числата могат да имат различно съдържание при характеризиране на свойствата на обекта на изследване, т.е. невинаги числата са отражение на реално съществуващи количествени съотношения, понякога те са свързани само с подреждането или числовото именуване на единиците на съвкупността по значения на качествени признаци.

Статистическата информация може да се представи по различни начини, но за да бъде направен обоснован избор за представяне, е нужно да се изясни същността на статистическата информация и начините за нейното набавяне. Това дава възможност не само за аргументиран избор на способ за представяне, но и за правилното „разчитане“ на информацията, представена с помощта на статистически редове, таблици и графични изображения. Много често в задачите от област статистика, включени както в международното изследване PISA, така и в националните оценявания, се включват такива, свързани с представяне и тълкуване на статистическа информация. Безспорно, възможността за представяне и интерпретиране на данни е едно от ключовите практически умения в тази област, но то е немислимо без осъзнаване същността на статистическата информация и начините за нейното осигуряване. Също така данните могат да представляват различни видове статистически величини – абсолютни, относителни, средни. Необходимо е да се разграничават както самите статистически величини, така и начините за тяхното получаване и съответно интерпретацията им.

Статистическият анализ се реализира в различни аспекти и направления и се осъществява чрез изчисляването на обобщаващи числови характеристики, които се различават не само според насоката на анализ, но и според вида на използваните данни. Приложението на методите за анализ се обвързва с реда изисквания по отношение на вида на изследваните съвкупности, техния обем и времеви отграничения, както и с нивото на скалиране на признаците. Неразбирането на основните статистически понятия, измерителните скали и същността на статистическата информация е причина за използването на методи за анализ при практически ситуации, в които според статистическата

методология приложението не е допустимо. Изучаването на методите само като изчислителни процедури и алгоритми без обвързване със статистическата логика, възпрепятства създаването на умения за прилагане на тези методи в реални практически казуси и/или води до невъзможност за интерпретация на получените резултати.

Имайки предвид изложеното по-горе, според нас програмите за обучение в област статистика би следвало да бъдат построени логически последователно с постепенна градация за всеки следващ клас, в който са застъпени теми от тази област. Необходимо условие е изучаването на инструментите за анализ да се предхожда от разясняване на статистическата логика и основните статистически понятия. Нужно е да се разясни какво представлява статистическата информация и кои са нейните основни характеристики, за да бъде възможен правилен избор за представянето ѝ. Това би подпомогнало придобиването на умения за интерпретация на данни, представени в табличен или графичен вид, за „разчитане“ на статистическата информация и за извеждане на обосновани заключения. Този подход на представяне на темите от област статистика би помогнал на учениците да придобиват, затвърждават и надграждат знанията си, да осъществяват качествен анализ на различни реални ситуации и на тази основа да направят обоснован избор на методи и измерители за количествен анализ.

В публикуваните от МОН учебни програми по математика, в които има теми от област статистика, се наблюдава липса на системен подход и изясняване на основни понятия. Характерна е повторемост на темите в различните класове, без да става ясна целта на тази повторемост – затвърждаване на придобити знания или надграждането им, тъй като се посочват едни и същи понятия като нови в учебните програми за различните класове.

Знания от област статистика за първи път се включват в програмата за V клас в тема „Десетични дроби“, като се разглежда представянето на данни чрез таблици и графични изображения. Разбираемо е, че на тази възраст основните статистически понятия и скалите за измерване биха затруднили учениците и вероятно затова не са намерили място във включените в програмата теми. Но липсата на разяснения за същността на статистическата информация и видовете статистически величини, както и тяхното получаване и интерпретиране затруднява разграничаването на отделните графични изображения и приложението им. Това създава предпоставки както за включването в учебниците на задачи, които съдържат логически грешки, така и за невъзможност на учениците да създадат умения за избор на подходящо изображение за представяне на данните. Създава се впечатление, че всяко графично изображение може да се използва независимо от естеството на данните. Изчисляването на средна аритметична величина е част от статистическия анализ, който не фигурира във включените теми и не е ясно с каква цел се въвежда тази величина.

Липсват и разяснения за основанията за използването на тази величина, което е обяснимо, тъй като все още не са въведени статистическите признаци и възможностите за измерване на различията между значенията им.

В учебната програма за VI клас се включва темата „Елементи от вероятности и статистика“. Акцентът се поставя върху вероятности и математическа статистика, като новите знания, които се въвеждат, са от тази област. Темите, които са свързани с област статистика, повтарят въведения учебен материал от предходния клас – представяне и интерпретиране на данни и изчисляване на средна аритметична величина, която е посочена като ново понятие, въпреки че нейното изчисляване се въвежда в предходната година. Като създадена компетентност се посочва способността да се представят емпирични данни чрез таблици и графики, но отново в темите не се включват разяснения за същността на емпиричните данни и тяхното изразяване чрез статистически величини.

В учебната програма за VII клас отново има самостоятелна тема „Елементи от вероятности и статистика“, като тук вероятностите и статистиката са равнопоставени и е включена по една тема от всяка област. В този клас вече се забелязва надграждане на придобитите знания, защото се включват построяване и интерпретиране на кръгови диаграми, въпреки че заради липсата на детайли в учебните програми е възможно те да бъдат застъпени още в V клас, когато се въвеждат графичните изображения. Според нас пропусъкът тук се състои в това, че учениците не са запознати с видовете статистически величини. Преди да се представят данните, те трябва да се получат (измерят или изчислят). В този смисъл, построяването на кръгова диаграма трябва да се предхожда от изясняване характера на абсолютните и относителните статистически величини, както и изчисляването на относителните с помощта на абсолютните. Това не само ще обоснове използването на кръгова диаграма за представяне на статистическа информация, но и ще направи по-разбираема нейната интерпретация. В същото време, изясняването на естеството на относителните статистически величини може да се обвърже с изучаваните в по-долен клас обикновени дроби. По този начин придобитите умения ще кореспондират със знанията, получени както в област статистика, така и в математика.

В учебните програми за VIII и IX клас се включват теми само от вероятности.

В учебната програма за X клас като самостоятелна тема се включва „Статистика и обработка на данни“, като разглежданите подтеми са само от област статистика. В този курс на обучение статистиката не се разглежда като част от математиката. Във включените теми за първи път се разглеждат някои от основните статистически понятия. Сред посочените в програмата умения и новопридобити знания са разграничаване на понятия, способност да се из-

числят обобщаващи статистически величини. Впечатление прави, че сред въведените нови понятия се включват само някои от основните статистически категории, въпреки че останалите извън обхвата на тази учебна програма не се разглеждат в предишен клас. В същото време, се предвижда учениците да придобият умения за провеждане на анализ на „централната тенденция“, но не става ясно дали ще могат да изберат подходящи измерители за този анализ, при положение че нито в този клас, нито в предходните е направено разграничение на видовете наблюдавани признаци и тяхното измерване, на вида на данните и тяхното представяне. В изучаваните в по-долните класове теми се включва представяне на данни и извличане на информация от тях, но без да са придобити знания за начина на изразяване на свойствата на наблюдаваните обекти и тяхното измерване, като на тази основа не е възможно да се направи избор на подходящ статистически измерител при провеждане на анализа. Създава се впечатление, че включените в програмата статистически величини – средна аритметична, мода и медиана, са приложими винаги, независимо от вида на данните и на изследвания признак.

В програмата за XI клас са включени две нива – задължителна и профилираща подготовка, но няма разлика във включените теми в двете нива. В този курс се въвеждат понятия, неразгледани в предходния, но се посочват като нови такива и понятия, които са въведени в обучение от долните класове. Сред очакваните резултати от обучението е посочено умението „да избира съответните средни стойности за анализ“, но възниква въпросът, ако в предходния клас не са разграничавани средните величини и възможностите за тяхното приложение, как сега ще бъдат разграничени. Не е ли това противоречие във включените в обучението теми, и то в две последователни години? Поражда се и недоумение защо едва сега се поставя въпросът за избор на подходящ метод за представяне и анализ на статистически данни. Ако в обучението преди това тези въпроси не са били дискутирани и изяснявани, то учениците са придобили умения да прилагат методи без оглед на вида на данните. В този курс те трябва да придобият знания, които ще бъдат в противоречие с вече създадените. Всичко това би довело до объркване и логическа несвързаност между темите, застъпени в обучението по статистика, както и по отношение на знанията, доколкото те са били придобити. Според нас придобиването на знания, практически умения и компетентности, които са свързани с осъществяването на анализ, би следвало да е логически обоснован и системен процес, за който е характерно надграждане на придобиваните знания, без те да си противоречат. В програмата за този клас сред новопридобитите умения присъства и умението „да оценява ефективността на предоставената информация“, но не се разбира кои точно знания и теми кореспондират с това умение.

Теми от област статистика са включени в програмата за XII клас само в ниво профилираща подготовка. Тук включените теми са насочени към извад-

ковите изследвания и би следвало новите понятия да са свързани с тази проблематика, но необяснимо защо според нас като нови понятия са посочени и такива, които са били въведени в X, XI, а дори и в VII клас (съвкупност, кръгова диаграма и др.). Имайки предвид тази повторяемост при определените като нови понятия, знания и умения, според нас се създава впечатление, че въпреки въвеждането на нови теми, които надграждат придобитите вече знания, обучението по статистика във всеки отделен клас се възприема като самостоятелен курс без връзка с предишните. Това би попречило на учениците да се запознаят със статистическата логика и да придобият практически умения за приложението на статистическия инструментариум.

Въз основа на направения кратък преглед на програмите за обучение по статистика в училищния курс могат да се направят следните изводи и препоръки.

1. Обучението по статистика си поставя за цел формирането на практически умения на учениците за ползване и интерпретиране на статистическа информация, но се пропуска разкриването на същността и особеностите на тази информация. Създава се впечатление, че изборът на начин и форма за представяне на статистическите данни зависи само от желанията и предпочитанията на провеждащия изследването, но не и от вида на тези данни. Според нас по-полезно би било в обучението да се акцентира върху същността и вида на статистическата информация и начините за нейното получаване, а оттук да се изведат подходящите форми за нейното представяне. По този начин ще се формират умения за представяне на информацията чрез таблици и графични изображения и правилната ѝ интерпретация. Това по-късно ще кореспондира и с насоките на анализ и избора на подходящ метод.
2. В програмите за обучение по статистика липсват теми, разглеждащи видовете статистически величини и начините за тяхното получаване – измерване, изчисление. Включването на такава тема би било полезно за разграничаване на използването на различните графични изображения, а и би представлявало връзка с въведения по-късно в програмата анализ на емпирични разпределения.
3. Въвеждането на основните понятия в разгледаните програми е непоследователно и изглежда самоцелно. Това не позволява на учениците да придобият умения и навици да провеждат качествен анализ на ситуацията и да правят логически разсъждения. Акцентира се върху количествения анализ, като се създава погрешна представа, че всеки статистически измерител е приложим при всякакви данни.
4. Измерването на статистическите признаци не се разглежда в нито един курс и това създава условия за допускане на грешки както при представянето на данните, така и при избора на метод за техния анализ.

5. Повторяемостта на темите в следващ курс на обучение е предпоставка за затвърждаване и надграждане на придобитите знания, но без спазване на логическа последователност на изложението това води до противоречие между придобити и нови знания и не помага на учениците да придобият практически умения, а е условие за механично възпроизвеждане на числови примери и за шаблонно, а не логическо мислене.
6. Въпреки че изготвените програми се отличават с постепенно надграждане на знанията в различните класове, се забелязва липса на обвързаност с въвежданите статистически понятия, което е пречка за разбирането и усвояването на статистическата логика. Това, от своя страна не помага да се създадат умения за приложение на статистическите методи, за анализ и интерпретация на постигнатите резултати от проведено емпирично изследване.
7. Необходимо е учебните програми да се детайлизират и прецизират, за да има съответствие между включените теми, въведените нови понятия и придобитите в резултат на обучението умения. По този начин би се намалил рискът от разминаване между застъпената в програмите тематика на входа и придобитите знания и умения на изхода, което разминаване при някои от сега действащите учебни програми е налице.

### **Заклучение**

В съответствие с поставената цел представените разсъждения засягат проблемни моменти, свързани с обучението по статистика като дял от математиката в училищното образование и на тази основа аргументация на тезата, че утвърденият чрез учебните програми подход възпрепятства изграждането на системни и логически непротиворечиви знания относно събирането, обработката и анализа на статистическа информация.

Изследването включва две направления, като диференцирано са разглеждани две групи проблеми.

1. Проблеми, свързани с възприемането на статистиката като дял от математиката и оттам с пренебрегването на статистическата логика и на изискванията на статистическата методология.

2. Проблеми, свързани с дефинирането на понятийния апарат, игнорирането на изискванията на теорията на измерването и липсата на системен подход при надграждането на знания.

Разсъжденията и аргументите по първото направление позволяват следните основни изводи.

– Съществуват два възможни подхода за включване на статистиката в училищното образование, обусловени от вижданията за мястото на статистическата наука сред академичните дисциплини – единият се основава на самостоятелния характер на статистическата наука и на нейната логика и философия,

другият възприема статистиката като дял от математиката и я подчинява изцяло на математическата логика на чистото число.

– Основните аргументи в полза на твърдението за самостоятелния характер на статистическата наука са свързани с нейните епистемологични основи, с обекта, предмета и задачите на изучаване, с преобладаващия индуктивен логически подход, чрез който се добива познанието, както и с първостепенното значение на качествения анализ – необходима предпоставка за последващия количествен анализ.

– Когато при обучението статистиката се възприема като дял от математиката, а не като самостоятелна наука със собствена логика и философия, е много вероятно да се влезе в противоречие с изискванията за приложение на статистическите методи, които до голяма степен са свързани с „предисторията“ и естеството на числовите данни.

В резултат на прегледа на действащите учебни програми могат да бъдат формулирани следните изводи по отношение на второто направление.

– В голяма част от програмите се игнорират изискванията на теорията на статистиката и в резултат на това новопридобитите знания и умения биха били логически несъстоятелни, което е предпоставка за допускане на грешки и невъзможност за аргументиран избор на метод при провеждане на статистическо изследване или интерпретиране на статистическа информация.

– Включените в учебните програми теми се нуждаят от детайлизиране, за да се гарантира съответствие между разглеждания материал по време на обучението и очакваните като резултат компетентности.

– Наблюдава се липса на системен подход и обвързаност между учебните програми в отделните класове, което води до разминаване и логически сблъсък между придобитите в по-долен клас знания и умения и новополучени такива в по-горния клас. Това затруднява както затвърждаването, така и надграждането на теоретични знания и практически умения и не стимулира развитието на аналитично и креативно мислене.

## ЛИТЕРАТУРА

Гайдарова, М., Манев, Ст., Петкова, Р., Георгиев, Г., 2015. Анализ на националните стандарти и учебни програми по природни науки по отношение на компетентностния подход в PISA. *Стратегии на образователната и научната политика*, 2 (23), 217 – 224.

Гатев, К., 1991. *Обща теория на статистиката*. София: Наука и изкуство.

Петрова, С., 2010. *Училище за утрешния ден: Резултати от участие то на България в Програмата за международно оценяване на учениците PISA 2009*. София, ЦКОКУО.



- Hartung, J., 2009. *Statistik. Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik*. München, Oldenbourg Verlag.
- Hays, W. L., 1973. *Statistics for the social sciences*. Holt, Rinehart and Winston.
- Lincoln E. M., 1986. *Think and Explain with statistics*. Addison-Wesley Pub. Co.
- Menges, G., 1968. *Grundriss der Statistik, Teil 1: Theorie*. Köln und Opladen, Westdeutscher Verlag.
- Moore, D., 1992. *Statistics for the Twenty-First Century*. The Mathematical Association of America, Washington DC, Teaching Statistics as a Respectable Subject, 14 – 25.
- Rinne, H., 2008. *Taschenbuch der Statistik*. Frankfurt, M., Verlag Deutsch,
- Romeijn, J.-W., 2014. *Philosophy of Statistics*, Stanford Encyclopedia of Philosophy.
- Upton, G., Cook, I., 2014. *A Dictionary of Statistics*, Oxford University Press.
- Wagemann, E., 1935. *Narrenspiegel der Statistik: Die Umrisse eines statistischen Weltbildes*, Hanseatische Verlagsanstalt Hamburg.

## REFERENCES

- Gaidarova, M., Manev, St., Petkova, R. & Georgiev, G., 2015. Analiz na nacionalnite standarti I uchebni programi po prirodni nauki po otnoshenie na kompetentnostnia podhod v PISA. *Strategies for policy in science and education-Strategii na obrazovatelna i nauchna politika*, 2(23), 217 – 224.
- Gatev, K., 1991. *Obshta teoria na statistikata*. Sofia: Nauka I izkustvo.
- Hartung, J., 2009. *Statistik. Lehr- und Handbuch der angewandten Statistik*. München, Oldenbourg Verlag.
- Hays, W. L., 1973. *Statistics for the social sciences*. Holt, Rinehart and Winston.
- Lincoln E. M., 1986. *Think and Explain with statistics*. Addison-Wesley Pub. Co.
- Menges, G., 1968. *Grundriss der Statistik, Teil 1: Theorie*. Köln und Opladen, Westdeutscher Verlag.
- Moore, D., 1992. *Statistics for the Twenty-First Century*. The Mathematical Association of America, Washington DC, Teaching Statistics as a Respectable Subject, 14 – 25.
- Petrova, S., 2010. *Uchilishte za utreshnia den: Rezultati ot uchastieto na Bulgaria v Programata za mejdunarodno ocenivane na uchenicite – PISA 2009*. Sofia, CKOKUO.
- Rinne, H., 2008. *Taschenbuch der Statistik*. Frankfurt, M., Verlag Deutsch,

- Romeijn, J.-W. 2014. *Philosophy of Statistics*, Stanford Encyclopedia of Philosophy.
- Upton, G. & Cook, I., 2014. *A Dictionary of Statistics*, Oxford University Press.
- Wagemann, E., 1935. *Narrenspiegel der Statistik: Die Umrissse eines statistischen Weltbildes*, Hanseatische Verlagsanstalt Hamburg.

## DISCUSSION POINTS RELATED TO TRAINING IN STATISTICS AS A SHARE OF MATHEMATICS IN SCHOOL EDUCATION

**Abstract.** Reflections on problematic moments in the teaching of statistics as a part of mathematics school education are presented.

The article concerns problems related to the predominant approach, on one hand the inclusion of statistics in school education, in which statistics is perceived as a part of mathematics, and on the other hand to the definition of the conceptual framework, ignoring the requirements of measurement theory and the lack of a systematic approach in teaching, as consequence of the configuration of the curriculum.

In accordance with the set goal, an argumentation of the defended thesis is presented – the current approach approved through the curriculum prevents the development of systematic and logically consistent knowledge about the collection, processing and analysis of statistical information.

*Keywords:* statistics; mathematics; education; secondary school; syllabus

✉ **Dr. Margarita Lambova, Assoc. Prof.**

<https://orcid.org/0000-0003-1865-8962>

**Dr. Vanya Stoyanova, Assist. Prof.**

<https://orcid.org/0000-0001-6304-7824>

University of Economics – Varna

77, Knyaz Boris I Blvd.

9002 Varna, Bulgaria

E-mail: [lambowa@ue-varna.bg](mailto:lambowa@ue-varna.bg)

[vstoyanova@ue-varna.bg](mailto:vstoyanova@ue-varna.bg)