

Philosophy of Science
Философия на науката

КАНТ И РАЗВИТИЕТО НА ГЕОМЕТРИЯТА

Ангел С. Стефанов

Институт по философия и социология – БАН

Резюме. Статията има за цел да покаже, че стандартната критика на Кант относно приписването от негова страна на единственост и обективност на тримерната евклидова геометрия е ирелевантна. Много преди раждането на неевклидовите геометрии Кант се е досетил за съществуването на протяжности с други свойства и измерения, описващи други възможни светове. Много преди Хилари Патнъм да обясни разслояването на понятието за права линия, което се подчинява на два типа закони – геометрически и физически, Кант представя възможността за това в своята първа *Критика*.

Ключови думи: протяжности с неевклидови геометрии; права линия; геодезична линия в Римановата геометрия

В рамките на един доклад¹⁾ може да се очаква само контурното поднасяне на структурните елементи на тази тема. *Най-напред* ще обясня накратко защо критиката на Кантовата трансцендентална философия, че тя приписвала единственост и обективност на евклидовата геометрия, независимо от широката си популярност е ирелевантна. *На второ място* ще отбележа, че много преди раждането на неевклидовите геометрии Имануел Кант е посочил принципната възможност за съществуване на геометрии, различни от тримерната евклидова геометрия. Това положение, за съжаление, е лишено от популярността на предходната критика. *На трето място*, ще погледна към тезата на Хилари Патнъм за емпиричния характер на геометрията през призмата на Кантовото разбиране за априорния синтетичен характер на нейните основни положения.

1. Стандартната критика на Кантовото трансцендентално схващане за геометрията

Стандартната и вече превърнала се едва ли не в учебническа критика срещу Кантовото схващане за геометрията се състои в това, че той бил приписвал единственост и обективност на евклидовата геометрия, без да се досеща за нейния частен характер. Така например според Рудолф Карнап: „Не бива да се порицава Кант за неговата грешка, защото неевклидовата геометрия по онова

време не е била още открита. *Той не е могъл да мисли за геометрията по друг начин*“ (Carnap, 1966: 181, к.м. – А.С.).

Подробна реконструкция и оценка на тази стандартна критика изисква по-голям обем от тук полагащия се, поради което ще представя накратко само нейното идейно ядро.²⁾ То съдържа постановката, че след навлизането на формалното аксиоматизиране в геометрията последната се разклонява на чиста, или математическа, и на физическа геометрия. Но Кант не провежда това разграничение и в този смисъл не допуска възможността за представяне на физическото пространство чрез геометрия, различна от тримерната евклидова геометрия.

Освен от Р. Карнап тази критика се поддържа още от Ханс Райхенбах, Карл Попър и много други по-малко известни автори.

Моята контракритика се основава върху две съображения. Първото от тях е, че в трансценденталната Кантова философия разграничаването на двата вида геометрии може да има само ценност на абстрактно теоретично допускане, но не и собствена, вътрешнофилософска натовареност. Защото за трансценденталната философия проблемът за представяне на пространството и времето *независимо* от познаващия дух е чужд за нея, макар и да е в определен смисъл разпознаваем проблем.³⁾ Концептуализацията на пространството и времето в качеството им на чисти рецептивни форми е априористки когнитивна, а не онтологично ситуирана.

„Пространството съвсем не представлява свойство на някои неща сами по себе си – казва Кант – то не ги представлява и в отношението им едно към друго, т.е. не е тяхно определение, което би принадлежало на самите предмети и което би останало дори ако бихме се абстрахирали от всички субективни условия на нагледа“ (Kant, 1967: 106). Но щом това е така, щом тезата за разграничимост между математическа и физическа геометрия стои извън концептуалната система на трансценденталната метафизика, то и обвинението срещу Кант, че не допуска възможността за представяне на пространство (имащо субектна априористка разположеност) чрез геометрия, различна от тримерната евклидова геометрия, губи своята критическа сила.

Второто ми съображение е, че тази критика на Кант би могла да се приеме за релевантна само в случай, че той приписва истинност на тримерната евклидова геометрия, основаваща се на нейната нагледна самоочевидност, като по такъв начин – независимо от трансценденталната специфика на своя подход – неявно я онтологизира. Такава е интерпретацията на Ханс Райхенбах, представена в известната му книга *Философията на пространството и времето*. Според него доктрината на Кант „утвърждава, че някакво вътрешно предразположение на човешките познавателни възможности, способността за визуализация, изисква, щото твърдо да се придържаме към евклидовата геометрия... Една нагледна самоочевидност ни принуждава да повярваме в справедливостта на евклидовата геометрия. Може да се покаже, че тази само-

очевидност няма логическо основание“ (Reichenbach, 1958: 32). И наистина, Х. Райхенбах показва, че вярата в обективния характер на определена геометрия няма логическо основание, като радва читателите си с доказателството на своята теорема за относителността на геометрията. Нейната същност е в това, че не може да се говори за която и да било геометрия като за *истинна* геометрия. Само определена комбинация между геометрията и полето на универсалната физическа сила е емпирично проверим факт.

Позицията на Райхенбах, независимо от провиждащия се в нея релативизъм, може да се окачестви като приемлива, доколкото е консистентна. Но с една поправка: с изключение на приписвания на Кант тип априоризъм. Кант не твърди, че познавателната ни способност ни принуждава да вярваме в евклидовата геометрия, бивайки истинната геометрия за света. Същината на Кантовата трансцендентална естетика не е в това, че нещо ни кара да се придържаме към определен вид геометрия, представяща адекватно атрибутивни и релационни свойства, вътрешно присъщи на самите обекти, както и на природата на съдържащото ги пространство. Трансценденталната естетика ни казва, че пространството и времето – в качеството си на чисти априорни нагледы – са само (макар и необходими) условия за това, щото познаващото съзнание да може да притежава, да могат да му бъдат предоставяни каквито и да са емпирични нагледы.

Ако придадем на нагледа на външното сетиво геометрично представяне, то ще се насочим, разбира се, към тримерната евклидова геометрия. Тя прави възможен изгледа на предметния свят за познаващата същност съобразно субектната ѝ конституция, но не презентира опознаваното като нещо само по себе си. Иначе, като познаващи субекти, щяхме да обладаваме някакъв свръхчовешки интелектуален наглед.

2. Разбирането на геометрията в докритическия творчески период на И. Кант

Показаната неуместност на критиката към критическия Кант, че той приписвал обективно значение на тримерната евклидова геометрия, не ни казва нищо за това дали в своя *докритически творчески период* той се е досещал за възможността други видове геометрия да са приложими към хипотетични протяжности, различни от обитаваното от нас пространство. Но колкото и да стои в разрез с убеждението на Р. Карнап, че Кант „не е могъл да мисли за геометрията по друг начин“, може да се каже, че неговият творчески гений му е позволил да мисли за геометрията по един новаторски начин – начин, позволил му да схване тримерната евклидова геометрия само като частен случай на едно общо разбиране за геометрия.

Това откровение на Кант може да бъде открито в ранното му произведение от 1746/47 г., носещо заглавие „Мисли за истинната оценка на живите сили“. Доколкото ми е известно, в него *Кант за пръв път в историята на теоре-*

тичната мисъл обвързва характера на пространствената геометрия с вида на закона, на който се подчинява всемирното притегляне. По-точно, в творбата се твърди, че тримерността на пространството произтича от обстоятелството, че взаимодействието между субстанциите е в обратна зависимост от квадрата на разстоянието между тях.⁴⁾

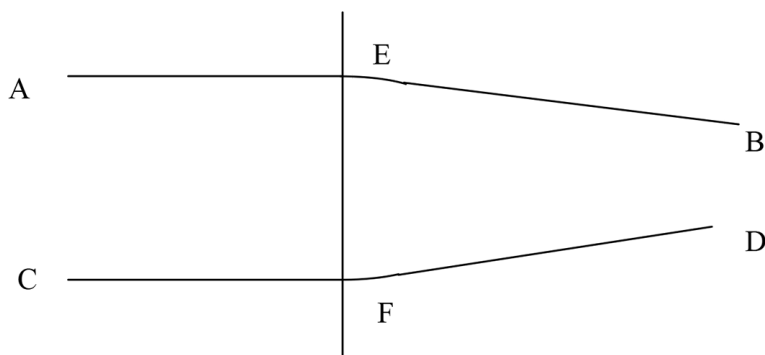
Тук обаче искам да подчертая нещо друго. А именно, че Кант съвсем не се е ограничавал да мисли някаква определена геометрия за единствено възможна и валидна. Напротив, той пише, че доколкото законът за всемирното притегляне може да е произволен, то други негови форми биха водили до *протяжности с други свойства и измерения*, различни от наблюдаемото тримерно пространство. И ако това е възможно, добавя той, „то е твърде вероятно, че Бог някъде действително ги е поставил“ (Kant, 1929: 12). Тези размишления позволяват на Кант да представи следното пионерно теоретично прозрение: „Науката за всички тези възможни видове пространство, несъмнено, би представлявала от себе си *най-висше начинание*, каквото е способен да предприеме крайният ум в полето на геометрията“ (Kant, 1929: 12).

Тази евристична Кантова хипотеза за възможността да се навлезе в едно широко поле на изследване на различни видове пространства, към само едно от които тримерната евклидова геометрия е приложима⁵⁾, мога спокойно да оставя на възхищението на историците на науката без коментар.

3. Емпиричният характер на геометрията

В своя отдавна известна студия под заглавие „Емпирична ли е логиката?“ Хилари Патнъм се опитва да обоснове положителния отговор на това питане, като преди това обаче провежда аналогия с емпиричния характер на геометрията (Putnam, 1969). Емпиричният характер на дисциплини, хилядолетно приемани като фундаментални и за които винаги се е казвало, че съдържат „необходими истини“ за света, се установява според него съвсем наскоро благодарение на концептуалните революции в научното познание, настъпили през първата половина на XX век. Но да оставим тук логиката настрана и да се насочим към геометрията.

Емпиричният характер на геометрията според Х. Патнъм се проявява след създаването на Айнщайновата обща теория на относителността. Преди появата на тази революционна теория за разбирането на връзките между пространство-време, материя и движение, поради самоочевидността на положението, че *две успоредни прави линии никога не се пресичат*, това положение е било приемано като необходима истина. Да си представим обаче, предлага ни Патнъм, две успоредни прави линии АВ и СD, които откъм лява безкрайност до някакво място в равнината, белязано от перпендикулярна на тях трета линия EF, запазват еднакво разстояние по между си, но отдясно на тази линия разстоянието между тях плавно намалява (Putnam, 1969: 216).



Не е ли това едно очевидно противоречие, не е ли това един абсурд за всеки, който е наясно с началния училищен курс по геометрия? Е, добре, казва Патнъм, но според общата теория на относителността това, изглеждащо невъзможно положение, се оказва реално, сиреч AB и CD могат да се окажат прави линии независимо от „аномалното“ си поведение. Нека например те бележат пътищата на два успоредни светлинни лъча, идващи отдалеч и преминаващи близо до двата срещуположни заоблени края на Слънцето (заемащо в тримерното пространство положението на линията EF). Тогава двата светлинни лъча, макар и в малка степен, ще закривят посоките си един към друг поради оказваното върху тях въздействие от страна на голямата маса на светилото. Независимо от това закривяване обаче и двата лъча ще продължат да се движат по права линия, стига под „права линия“ да разбираме такава, че разстоянието между всеки две произволно избрани точки върху нея да е най-късото. Пътищата на светлинните лъчи са прави линии в четиримерното риманово пространство-време, наричани геодезични линии, независимо от наблюдаваното им изкривяване в тримерното пространство.

Определено изкривяване на пътищата на светлинни лъчи в близост до масивни космически тела е ефект, предсказан от Айнщайновата обща теория на относителността. За пръв път този ефект е наблюдаван от международен екип от учени под ръководството на сър Артур Едингтън през 1919 г. в условията на пълно слънчево затъмнение. Този резултат е нещо като *experimentum crucis* за валидността на общата теория на относителността.

Всичко това идва да покаже, пояснява Х. Патнъм, фундаменталния характер на една концептуална научна революция. Възприетата употреба на термина „права линия“ почива върху цяла група от закони (Putnam, 1969: 219). Някои от тях са закони на чистата геометрия, в конкретния случай на евклидовата геометрия. Другите са принципи на физиката, като например положенията: „светлината пътува по права линия“, „опънатият конец лежи върху права линия“ и други подобни. Това, което става след появата на общата теория на относителността, използваща псевдориманова геометрия за четиримерното пространство-време, е,

че въпросната група от закони се разслаява. Ако изобщо има пътища, които се подчиняват на законите на чистата геометрия, сиреч евклидови пътища, то те не се подчиняват на физическите принципи, а линиите, които ги удовлетворяват – така наречените геодезични линии, минаващи през най-късите разстояния между всеки две точки по пътя им, не се подчиняват на познатите принципи на чистата геометрия. Ето как една концептуална революция може да събори утвърдени с времето необходими истини.

Да погледнем сега към един характерен текст от *Увода* към първата Кантова *Критика*: „Че правата линия между две точки е най-късата, е синтетично положение. Защото понятието ми за *право* не съдържа нищо за величина, а само качество. Понятието за най-късо се прибавя значи изцяло и с никаква анализа не може да бъде изведено от понятието за права алиния. Тук значи трябва да се вземе в помощ нагледът, единствено чрез който синтезата е възможна“ (Kant, 1967: 87).

Това Кантово положение проявява понятието за права линия така, както то се мисли в непосредствения човешки опит, а също и като понятие на класическата физика. Но то има ценност не само поради факта, че изяснява априорния синтетичен характер на представата ни за права линия, а и поради това, че може да обясни неочаквания резултат на една, както Патнъм се изразява, концептуална революция в научното познание.

Както, надявам се, стана ясно, голямата новост около „изкривяването“ на пътищата на светлинните лъчи не се състои само във въвеждането на нова геометрия с аксиоматика, различна от тази на евклидовата геометрия, за целите на едно теоретично описание, а в установената валидност на тази геометрия към световното пространство-време. Опространствеността на Вселената, сиреч на света в неговата цялост, обаче не е дадена като предмет в рамките на непосредствения човешки опит, поради което идва ред на усилието на спекулативния разум да прекрачи границите на опита, определени от онова, което човешката сетивност и разсъдъчност могат да ни поднесат. Това прекриване би могло вероятно да стане по различен начин, но исторически първият от тях разчита на екстраполацията на опитната представа за пространство в посока на хипотезата за свойствата на вселенското пространство. Тази екстраполация ни отправя към класическото всеобемащо абсолютно пространство на сър Айзък Нютън. Това е едно безкрайно тримерно евклидово пространство. Но имаме ли основание за такава екстраполация? За подобни случаи Кант ни предупреждава:

„Беглият преглед на този труд ще ни наведе на мисълта, че ползата от него все пак е само *отрицателна*, а именно никога да не се осмеляваме със спекулативния разум да излизаме извън границата на опита, и това в действителност е неговата първа полза. Но тя става веднага *положителна*, щом като се разбере, че основните положения, с които спекулативният разум се осмелява да надхвърля неговата граница, в действителност имат за неизбежен резултат не *разширение*, а ако се разгледат по-отблизо, *стеснение* на нашата употреба на разума, тъй като в

действителност заплашват да разширят върху всичко границите на сетивността, към която те собствено принадлежат...” (Kant, 1967: 61).

Тъкмо това се случва исторически с установяването на първата класическа теория за световното пространство и време, чиято валидност бе подкрепяна, поради липсата на точни астрономични наблюдения, снабдени с релевантни теоретични интерпретации, почти до края на първата половина на миналия век. „Стеснението“ на употребата на разума, за което ни предупреждава Кант, е в това, че една научна теория за природния свят експлоатира сетивната ни представа за пространство и след разсъдъчното ѝ понятизиране я разширява произволно до концепция за вселенското пространство. По такъв начин обаче се налага една представа от крайностени човешки опит върху цялата Вселена, а това е познавателен акт, който няма друго легитимно основание освен спекулативния подтик за самата екстраполация.

Развитието на научното познание обаче не само не се отклони от спекулативното мислене, но излезе от пашкула на „стеснената“ употреба на разума, поне-сено на крилете на критическото теоретизиране на световните загадки. Онова, което другаде нарекох „способност за теории“ като потенция на познаващия дух, разкрива своето актуализиране чрез динамиката на съвременното научно познание. В резултат днешната космология ни радва със сложни модели на геометрията на Вселената и нейните обитатели, известни като черни дупки, като посяга и към екзотичната идея за множественост на вселените.

Кант не е свидетел нито на раждането на неевклидовите геометрии, нито на раждането на съвременната космология, но е вникнал в начина на спояване на основното за евклидовата геометрия понятие за права линия много преди иначе прозорливи философи като Хилари Патнъм да обяснят какво се случва с разслояването на същото понятие в резултат на една концептуална революция в науката.

БЕЛЕЖКИ

1. Статията е основана на презентация на доклад, изнесен на Националната конференция по философия „75 години Съюз на учените в България“, София, 21 – 22 ноември 2019 г.
2. По-подробно за реконструкцията и критиката на тази критика вж. (Stefanov, 2015: ch. 3).
3. И то разпознаваем проблем в два различни смисъла. Веднъж, като разглеждане на т.нар. аргумент на „пренебрегната алтернатива“, повдигнат още от Херман Писториус и подет впоследствие от други автори, и втори път, като принципна възможност за изграждане на теоретичен модел на физическото пространство.
4. Днес физиците уточняват това Кантово твърдение, като казват, че формата на закона за всемирното притегляне между материалните тела се дължи на тримерността на пространството, а не обратно. Но тук от основна важност е пионерната Кантова идея за взаимната обусловеност между геометрия и физика.

5. Нещо повече, Кант говори за възможното съществуване на различни светове, чиито пространства са описвани от различни геометрии (Kant, 1929: 9).

REFERENCES

- Kant, I. (1967). *Critique of Pure Reason*. Sofia: Izdatelstvo pri Balgarskata academia na naukite.
- Carnap, R. (1966). *Philosophical Foundations of Physics. An Introduction to the Philosophy of Science*. New York, London: Basic Books, Inc. Publishers.
- Kant, I. (1929). Thoughts on the True Estimation of Living Forces (3 – 15). In: *Kant's Inaugural Dissertation and Early Writings on Space*, translated by John Handyside. Chicago: Open Court Pub. Co. (Hyperion reprint edition, 1994).
- Putnam, H. (1969). Is Logic Empirical? (216 – 245) In: *Boston Studies in the Philosophy of Science*, Vol. V, edited by R. S. Cohen and M. W. Wartofsky. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Reichenbach, H. (1958). *The Philosophy of Space and Time*. New York: Dover Publications, Inc.
- Stefanov, A. (2015). *Kant's Conceptions of Space and Time and Contemporary Science*. Montreal: Minkovski Institute Press.

KANT AND THE DEVELOPMENT OF GEOMETRY

Abstract. The aim of the paper is to show that the standard criticism directed to Kant that he allegedly accepted the uniqueness and objectivity of the three dimensional Euclidean geometry is irrelevant. Long before the birth of non-Euclidean geometries it occurred to Kant that extensions could exist with other properties and dimensions, which describe other possible worlds. And long before Hilary Putnam to explain the differentiation of the notion of straight line that obeys two types of laws – geometrical and physical, Kant has presented the possibility of this differentiation in his first *Critique*.

Keywords: extensions with non-Euclidean geometries; strait line; geodesic line in Riemannian geometry

✉ **Prof. Anguel S. Stefanov, DSc.,**

Corresponding member of the Bulgarian Academy of Sciences

Institute of Philosophy and Sociology

Bulgarian Academy of Sciences

Sofia, Bulgaria

E-mail: angstefanov@abv.bg