

ДИАЛЕКТИЧЕСКИ ОСНОВИ НА МАТЕМАТИЧЕСКИЯ АНАЛИЗ

Крис Найденов

Резюме. В тази статия имаме за цел да поставим фундамента на диалектическият математически анализ, като за целта ще въведем едно ново разбиране за числото нула, ще заместим потенциалната безкрайност с актуална безкрайност и ще покажем как чрез синтеза между нулата и актуално безкрайното число можем да получим всяко крайно число; след това ще въведем определението за **абсолютна граница**, на базата на което ще представим някои от основните определения на диалектическият математически анализ.

Keywords: zero, finite number, actual infinity number, absolute limit.

1. Въведение в диалектическият математически анализ.

Като за начало, ще дадем едно ясно определение за числото нула, което заема ключово място в цялата математика, и по-специално в диалектическият математически анализ. Нулата е границата между положителните и отрицателните числа и по определение не е нито положителна, нито отрицателна и същевременно е както положителна, така и отрицателна, затова и ще я наречем неутрална; освен това неутралната нула е вътрешно определена от това, че съдържа всяко число и неговото противоположно $0 = +n - n$.

Но освен гореизложеното определение нулата има и друга важна роля – на фундамент, или по-точно на елемент (точка без екстензионалност), от който е изградена цялата числова ос. Нулите изграждат числовата ос в зависимост от нейната част, т.е. положителната или отрицателната, притежават външно качествено определение – знака, откъдето следва, че имаме три различни нули: положителна $+0$, отрицателна -0 и неутрална 0 . Тук е важно да отбележим, че неутралната нула 0 е граница, а не точка като другите две нули, защото, ако бъде точка, ще трябва да принадлежи или на положителната, или на отрицателната част от числовата ос и вече не би била граница на две точки, а определена точка.

Можем да дадем диалектико-логическо определение и за положителното актуално безкрайно число – то е числото, което съдържа всички положителни крайни числа (аналогично е определението и за отрицателното актуално безкрайно число). За да разбере читателят защо дадохме точно това определение и защо е диалектико-логическо, трябва да дадем за пример един

цитат от българския математик и философ диалектик Иван Пунчев: „Ако множеството на всички крайни множества само е крайно множество, то би било елемент на себе си; но това е *contradictio in subjecto* (абсурдно противоречие) и следователно то не може да бъде крайно, но е безкрайно; всъщност така би трябвало диалектико-логически да се извежда съществуването на безкрайното от крайното“.

По аналогичен начин ще изведем по диалектико-логически път, че положителното крайно число е числото, което съдържа всички положителни нули. Ако числото, което съдържа всички положителни нули, само е положителна нула, то би било елемент на самото себе си, което е абсурдно противоречие, следователно то не може да бъде положителна нула, а е положително крайно число (определението за отрицателно крайно число е аналогично). Тук бихме искали да разясним това, че ако имаме краен брой нули или точки, просто ще имаме точка, която съдържа краен брой други точки, както и ако имаме краен брой крайни числа, ще имаме определено крайно число, а не актуално безкрайно, откъдето добиваме представа за аналогията между определенията за крайното и актуално безкрайното число. А сега, след като изложихме определенията за крайно число, нека да запишем с математически символи това, което следва от него, като за пример ще използваме числото едно: $+1 = +0. + \infty = -0. - \infty$, $+1 = +0. - \infty = -0 + \infty$. Нека да покажем и някои от основните отношения между крайното число, актуално безкрайното число и числото нула.

При деленето на крайно число на нула имаме $\frac{+1}{+0} = \frac{+0. + \infty}{+0} = +\infty$
 $\frac{-1}{+0} = \frac{-0. + \infty}{+0} = -\infty$, $\frac{+1}{0} = \frac{+0. + \infty}{0} =$ неопределеност; т.е. в случаите, когато

нулата има знак, съкращаваме нулите в числителя и знаменателя и получаваме съответното положително или отрицателно актуално безкрайно число, докато при самата неутрална нула имаме неопределеност поради това, че тя е както положителна, така и отрицателна и същевременно не е нито положителна, нито отрицателна.

При деленето на крайно число на актуално безкрайно число имаме $\frac{+1}{+\infty} = \frac{+0. + \infty}{+\infty} = +0$, $\frac{+1}{-\infty} = \frac{+0. + \infty}{-\infty} = -0$, т.е. актуално безкрайното число в числителя и знаменателя се съкращава и като резултат остава нулата със съответния знак.

Но освен тези основни отношения тук ще имаме за цел да покажем, че съществуват цели йерархии от нули, актуално безкрайни и крайни числа и как чрез прилагането на диалектическата логика върху предмета на математиката тя се превръща в наука за мярката, т.е. в наука за единството на количество и качество.

Като за начало, нека да разгледаме отношението:

$$\frac{+1}{+\infty^2} = \frac{+0. + \infty}{+\infty. + \infty} = \frac{+0}{+\infty} = \frac{+0}{\frac{+1}{+0}} = +0^2$$
, от което следва, че получаваме като резултат

нула, която е количествено по-малка от нулата $+0$, но същевременно качествено тъждествена с нея по своето определение, или по-точно по това, че и двете са точки без екстензионалност; както например числото $+2$ се различава количествено от числото $+2^2 = +4$, но е същевременно тъждествено с него по своето качествено определение, т.е. по това, че и двете числа са крайни или геометрично представени крайни линии.

А сега ще покажем същото отношение, само че за актуално безкрайните числа:
$$\frac{+1}{+0^2} = \frac{+0. + \infty}{+0^2} = \frac{+\infty}{+0} = \frac{+\infty}{\frac{+1}{+\infty}} = +\infty^2$$
. В това отношение освен йерархи-

ята от актуално безкрайни числа, която получаваме, е важно да отбележим и че определенията за крайно число и актуално безкрайно число стават относителни, тъй като $+\infty^2 = +\infty. + \infty$, т.е., че актуално безкрайното число се съдържа актуално безкраен брой пъти в актуално безкрайното число на квадрат, откъдето следва, че актуално безкрайното число е крайно спрямо актуално безкрайното число на квадрат; а това се вижда по-явно в равенството $+\infty = +1. + \infty$, където единицата е крайна спрямо актуално безкрайното число, тъй като се съдържа актуално безкраен брой пъти в него. В следния цитат на Иван Пунчев се съдържа диалектико-логическата обосновка на нашето твърдение: „Ако множеството на всички безкрайни множества е безкрайно, то би било елемент на себе си, а това е пак *contradictio in subjecto* (абсурдно противоречие); затова множеството на всички безкрайни множества трябва да бъде крайно множество. Но ако то е крайно, тогава то е елемент на множеството на всички крайни множества, но понеже последното е, от своя страна, елемент на първото, то тогава излиза, че то е елемент на своя елемент, който, от своя страна, е негов елемент – и по този начин възниква безкрайна верига от елементи – множества – елементи – ..., крайно – безкрайно – крайно – безкрайно – ... и т.н., тогава на въпроса: „Какво е множеството на всички безкрайни множества в тази верига?“, отговорът е: „Безкрайно множество от безкрайни множества и безкрайно множество от крайни множества“.

Друго важно следствие, което произтича от това, че имаме йерархията от различни нули, е, че континуумът е образуван от точки с различни количествени определения, или по-точно континуумът има различни нива на дискретност и непрекъснатост; като пример ще разгледаме равенството
$$\frac{+0}{+\infty} = \frac{+0}{\frac{+1}{+0}} = +0^2$$
,

от което следва, че точката $+0$ съдържа актуално безкраен брой точки $+0^2$, или че точката $+0$ може да се разглежда както като непрекъсната точка, така и като дискретна точка, съставена от актуално безкраен брой количествено по-малки точки. Всяка от тези точки може да се разглежда както като непрекъсната, така и като дискретна, съставена от актуално безкраен брой $+0^3$ точки. А сега нека да покажем математически същата концепция, само че за числото едно: $+1: +1 = +2. + \frac{1}{2} = +3. + \frac{1}{3} = \dots = +0. + \infty = +0^2. + \infty^2 = \dots = +0^{+\infty}. + \infty^{+\infty} = \dots$, т.е. в това равенство отново виждаме, че числото $+1$ може да се разглежда както като непрекъснато крайно число, така и като съставено от различен брой дискретни крайни числа или точки.

Бихме искали да покажем на читателя как от числата $+0$ и $+2. + 0$, умножени по актуално безкрайното число $+\infty$, се получават две количествено различни крайни числа $+1$ и $+2$: $+0. + \infty = +1$ и $+2. + 0. + \infty = +2. + 1 = +2$, т.е., макар че двете точки са качествено тъждествени по това, че са точки, те са количествено различни и при умножението им по актуално безкрайното число те преминават в две количествено различни и същевременно качествено тъждествени крайни числа.

2. Абсолютна граница. Абсолютна граница на редица. Абсолютна граница на функция. Непрекъснатост на функция.

След като изложихме основните отношения на крайното с актуално безкрайното число и нулата, ще въведем новото определение за **Абсолютна граница** $A \lim f(x)$, което има следния смисъл, а именно след въвеждането на

$x = k$
актуално безкрайното число и новото разбиране за числото нула в диалектическия математически анализ при търсене на съответната граница ние не боравим с променливи, които клонят към дадена стойност, а намираме границата в точно зададената стойност k , затова и използваме под лимеса знака за равенство, а не за клони.

А сега ще дадем диалектико-математическото определение за абсолютна граница на функция:

Казваме, че числото A е абсолютна граница на функцията $f(x)$, ако при $x = x_0$ имаме $|f(x_0) - A| = 0$.

Нека да дадем и определението за абсолютна граница на редица:

Казваме, че числото A е абсолютна граница на редицата $\{a_n\}$, ако при $n = +\infty$ имаме $|a_n - A| = 0$.

Нека да намерим абсолютната граница на редицата $A \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$, (като не считаме, че е необходимо да излагаме доказателството, че е сходяща, тъй като то е аналогично на доказателството в учебниците по стандартен математически анализ).

$$\mathring{A} \lim_{n=+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = A \lim_{n=+\infty} \left(1 + \frac{1}{+\infty}\right)^{+\infty} = A \lim_{n=+\infty} \left(1 + \frac{+0.+\infty}{+\infty}\right)^{+\infty} = (1+0)^{+\infty} =$$

Сега е моментът да отбележим нещо важно за приоритета на операциите при отношението на крайното, актуално безкрайното и нулата. Когато имаме $(1+0)^{+\infty}$, не можем да съберем нулата с единицата и да получим $(+1)^{+\infty} = +1$, тъй като при умножението на $(1+0)$ актуално безкраен брой пъти се натрупват актуално безкраен брой количествено различни нули, затова и получаваме $(1+0)^{+\infty} = (1+0)(1+0)\dots\dots\dots = e \neq 1$, следователно в такива случаи операцията повдигане на степен е с по-голям приоритет от събирането.

Също така бихме искали да докажем, че: $e^{+0} = +1+0$:
 $\mathring{a} = A \lim_{x=+\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \Rightarrow e = \left(1 + \frac{1}{+\infty}\right)^{+\infty}$, след което повдигаме двете страни на уравнението на степен $\frac{1}{+\infty}$ и получаваме

$$\frac{1}{e^{+\infty}} = \left(1 + \frac{1}{+\infty}\right)^{+\infty} \cdot \frac{1}{+\infty} \Leftrightarrow e^{\frac{+0.+\infty}{+\infty}} = \left(1 + \frac{+0.+\infty}{+\infty}\right)^1 \Rightarrow e^{+0} = 1+0$$

А сега нека да намерим $A \lim_{x=+0} \frac{1+\cos x}{e^x - 1}$, при намирането на която ще използваме това, че $e^{+0} = 1+0$:

$$A \lim_{x=+0} \frac{1+\cos x}{e^x - 1} = \frac{1+\cos+0}{e^{+0} - 1} = \frac{1+1+p}{1+0-1} = \frac{+0.+\infty}{0, +0} = +\infty, \text{ тук бихме искали да отбележим, че числата } +p, +q, +0, \text{ които се получават от изразите } \cos+0 = 1+p, a^{+0} = 1+q, e^{+0} = 1+0, \text{ са количествено различни нули, които за удобство в случаите, когато не е необходимо, няма да записваме в явен вид (в други публикации ще обърнем специално внимание на равенството } a^{+0} = 1+q).$$

Нека да продължим с въвеждането на определението за непрекъснатост на функция:

Казваме, че функцията $f(x)$ е непрекъсната в дефиниционната си област, ако е изпълнено едно от условията $|f(x) - f(x_1)| = k. + 0$ или $|f(x) - f(x_1)| = 0$ при $|x - x_1| = p. + 0$, където $k. + 0$ и $p. + 0$ са количествено определени нули.

Бихме искали да отбележим, че:

- Ако функцията намалява или нараства, ще имаме $|f(x) - f(x_1)| = k. + 0$.
- Ако функцията приема едни и същи стойности, ще имаме $|f(x) - f(x_1)| = 0$.

Тук ще отбележим, че и по-долу ще използваме $k. + 0$ и $p. + 0$ като количествено определени нули.

3. Производна на функция. Правило на Лопитал.

Нека първо да дадем определение за производна :

Нека функцията $f(x)$ е дефинирана в точките x_1 и x_2 . Изразът $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ се нарича диферентно частно на функцията f в точката x_1 .

В този контекст ще дадем определението за диференцируемост:

Казваме, че функцията $f(x)$ е диференцируема в точката x_1 , ако диферентното частно има абсолютна граница при $x_2 = x_1 + k. + 0$. Тази граница (ако съществува) се нарича производна на функцията f в точката x_1 и се бележи с $f'(x_1)$ или $\frac{df}{dx}(x_1)$, т.е по-определение $f'(x_1) = A \lim_{x_2 = x_1 + k. + 0} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$.

След като изложихме двете основни определения, свързани с понятието производна, ще преминем към намирането на някои от основните производни.

Първо нека да намерим производната на функцията $f(x) = C$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= A \lim_{x_1 = x + k. + 0} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \frac{f(x + k. + 0) - f(x)}{x + k. + 0 - x} = \frac{f(x + k. + 0) - f(x)}{x - x + k. + 0} = \\ &= \frac{C - C}{0. + k. + 0} = \frac{C - C}{+k. + 0} = \frac{C}{+k. + 0} - \frac{C}{+k. + 0} = 0 \end{aligned}$$

Тук целенасочено извършихме толкова подробно всяко едно действие, за да покажем, че при равенството $\frac{f(x + k. + 0) - f(x)}{x - x + k. + 0} = \frac{C - C}{0. + k. + 0}$ от дясната

страна получаваме в знаменателя $0. + k. + 0$, като умишлено сме записали след първата нула запетайка, тъй като при изваждането на $x_1 - x_1$ получаваме въведената още в началото неутрална нула, която се изважда и събира и същевременно нито се изважда, нито се събира с другите числа и изчезва, тъй като не се намира в еднозначно отношение спрямо другите числа.

Нека да намерим производните на функциите $(f(x).g(x))'$ и $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$:

$$\begin{aligned} (f(x).g(x))' &= A \lim_{x_1 = x + k. + 0} \frac{f(x_1).g(x_1) - f(x).g(x)}{x_1 - x} = \frac{f(x + k. + 0).g(x + k. + 0) - f(x).g(x)}{x + k. + 0 - x} = \\ &= \frac{f(x + k. + 0).g(x + k. + 0) - f(x).g(x + k. + 0) + f(x).g(x + k. + 0) - f(x).g(x)}{x + k. + 0 - x} = \end{aligned}$$

$$= \frac{f(x+k+0)-f(x)}{x+k+0-x} g(x+k+0) + \frac{g(x+k+0)-g(x)}{x+k+0-x} \cdot f(x) = f'(x) \cdot g(x+k+0) + g'(x) \cdot f(x) =$$

$$= f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

При извеждането на тази производна единственото, което бихме искали да разясним, е последното равенство, а именно: $f'(x) \cdot g(x+k+0) + g'(x) \cdot f(x) = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$, което е изпълнено само в случаите, когато функцията $g(x)$ не съдържа отношение от вида $g(x) = x^{\pm\infty}$, защото тогава за $g(x+k+0)$ ще имаме $g(x+k+0) = (x+k+0)^{\pm\infty} \neq x^{\pm\infty} = g(x)$.

Преди да изведем производната на частно $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$, нека да намерим производната в частния случай $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$:

$$\left(\frac{1}{g(x)}\right)' = A \lim_{x_1=x+k+0} \frac{\frac{1}{g(x_1)} - \frac{1}{g(x)}}{x_1 - x} = \frac{\frac{1}{g(x+k+0)} - \frac{1}{g(x)}}{x+k+0-x} = -\frac{\frac{g(x+k+0)-g(x)}{g(x+k+0) \cdot g(x)}}{x+k+0-x} =$$

$$= -\frac{g(x+k+0)-g(x)}{x+k+0-x} \cdot \frac{1}{g(x+k+0) \cdot g(x)} = -\frac{g'(x)}{(g(x))^2}$$

Ще използваме $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$, за да намерим $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \left(f(x) \cdot \frac{1}{g(x)}\right)' = f'(x) \cdot \frac{1}{g(x)} + f(x) \cdot \left(\frac{1}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)}{g(x)} + f(x) \cdot \frac{-g'(x)}{(g(x))^2} =$$

$$= \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

Сега ще намерим производната съставна функция $F(x)' = (g(f(x)))'$:

$$F(x)' = (g(f(x)))' = A \lim_{x_1=x+k+0} \frac{g(f(x_1)) - g(f(x))}{x_1 - x} = \frac{g(f(x+k+0)) - g(f(x))}{x+k+0-x} =$$

$$= \frac{g(f(x+k+0)) - g(f(x))}{f(x+k+0) - f(x)} \cdot \frac{f(x+k+0) - f(x)}{x+k+0-x} = g'(f(x)) \cdot f'(x)$$

Нека да намерим производната на $(\ln x)'$ за $x > 0$

$$(\ln x)' = A \lim_{x_1=x+k+0} \frac{\ln(x_1) - \ln x}{x_1 - x} = \frac{\ln(x+k+0) - \ln(x)}{x+k+0-x} = \frac{1}{x} \cdot \frac{x}{x+k+0} \ln\left(1 + \frac{x+k+0}{x}\right) =$$

$$= \frac{1}{x} \cdot \ln \left(1 + \frac{+k.+0}{x} \right)^{\frac{x}{+k.+0}} = \frac{1}{x} \ln e = \frac{1}{x}$$

Ще използваме текущо намерената производна за пресмятането на $(e^x)'$

Диференцираме равенството $\ln e^x = x$ и получаваме $\frac{1}{e^x} (e^x)' = 1$
 $\Rightarrow (e^x)' = (e^x)$

А сега ще намерим производната на $(x^n)'$:

$$(x^n)' = (e^{n \ln x})' = e^{n \ln x} (n \ln x)' = x^n \left(n \cdot \frac{1}{x} \right) = n \cdot x^{n-1}$$

Нека да намерим производните на $(a^x)'$ и $(\log_a^x)'$:

$$(a^x)' = (e^{x \cdot \ln a})' = e^{x \cdot \ln a} (x \cdot \ln a)' = a^x \cdot \ln a \text{ при } a > 0,$$

$$\begin{aligned} (\log_a^x)' &= A \lim_{x_1=x+k.+0} \frac{\log_a^{x_1} - \log_a^x}{x_1 - x} = \frac{1}{x+k.+0-x} \log_a \left(\frac{x+k.+0}{x} \right) = \log_a \left(1 + \frac{+k.+0}{x} \right)^{\frac{1}{+k.+0}} = \log_a \left(\left(1 + \frac{+k.+0}{x} \right)^{\frac{x}{+k.+0}} \right)^{\frac{1}{x}} = \\ &= \frac{1}{x} \log_a \left(\left(1 + \frac{+k.+0}{x} \right)^{\frac{x}{+k.+0}} \right) = \frac{1}{x} \log_a \left(\left(1 + \frac{+k.+0}{x} \right)^{x \cdot \frac{1}{+k.+0}} \right) = \frac{1}{x} \log_a \left(\left(1 + \frac{+k.+0}{x} \right)^{x \cdot \frac{+1.+k.+0.+0}{+k.+0}} \right) = \frac{1}{x} \log_a \left(\left(1 + \frac{+k.+0}{x} \right)^{x \cdot \frac{+\infty}{+k.+0}} \right) = \frac{1}{x} \log_a e = \frac{1}{x \ln a} \end{aligned}$$

Нека да преминем към намирането на производните на тригонометричните функции:

$$\begin{aligned} (\sin x)' &= A \lim_{x_1=x+k.+0} \frac{\sin x_1 - \sin x}{x_1 - x} = \frac{\sin(x+k.+0) - \sin x}{x+k.+0-x} = \frac{2 \cdot \sin \left(\frac{+k.+0}{2} \right) \cos \left(x + \frac{+k.+0}{2} \right)}{+k.+0} = \\ &= \frac{\sin \left(\frac{+k.+0}{2} \right) \cos \left(x + \frac{+k.+0}{2} \right)}{\frac{+k.+0}{2}} = \cos \left(x + \frac{+k.+0}{2} \right) = \cos x \end{aligned}$$

$$(\cos x)' = \left(\sin \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \right)' = \cos \left(x + \frac{\pi}{2} \right) = -\sin x$$

$$(tgx)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' = \frac{(\sin x)' \cos x - \sin x (\cos x)'}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(ctgx)' = \left(\frac{\cos x}{\sin x} \right)' = \frac{(\cos x)' \sin x - \cos x (\sin x)'}{\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x} = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

След като изведохме достатъчно от основните производни, за да покажем приложението на нововъведеното понятие абсолютна граница към понятието производна, нека да преминем към доказателство на две от правилата

на Лопитал за случаите на неопределеност от вида $\left[\frac{k. + 0}{p. + 0} \right]$ и $\left[\frac{k. + \infty}{p. + \infty} \right]$:

$$A \lim_{x=a} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{k. + 0}{p. + 0} \right] = A \lim_{x=a} \frac{f(x) - f(x-0)}{g(x) - g(x-0)} = \left[\frac{k. + 0}{p. + 0} \right] = A \lim_{x=a} \frac{\frac{f(x) - f(x-0)}{x - x + 0}}{\frac{g(x) - g(x-0)}{x - x + 0}} = A \lim_{x=a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$A \lim_{x=a} \frac{f(x)}{g(x)} = \left[\frac{k. + \infty}{p. + \infty} \right] = A \lim_{x=a} \frac{\overline{g(x)}}{\overline{1}} = \left[\frac{k. + 0}{p. + 0} \right],$$

$$\frac{1}{f(x)}$$

полагаме $\frac{1}{g(x)} = G(x)$, $\frac{1}{f(x)} = F(x)$ и получаваме:

$$A \lim_{x=a} \frac{G(x)}{F(x)} = \left[\frac{k. + 0}{p. + 0} \right] = A \lim_{x=a} \frac{G(x) - G(x-0)}{F(x) - F(x-0)} = \left[\frac{k. + 0}{p. + 0} \right] = A \lim_{x=a} \frac{\frac{G(x) - G(x-0)}{x - x + 0}}{\frac{F(x) - F(x-0)}{x - x + 0}} = A \lim_{x=a} \frac{G'(x)}{F'(x)}$$

$$\Rightarrow A \lim_{x=a} \frac{f(x)}{g(x)} = A \lim_{x=a} \frac{G'(x)}{F'(x)} = \frac{\left(\frac{1}{g(x)} \right)'}{\left(\frac{1}{f(x)} \right)'} = A \lim_{x=a} \frac{-\frac{g'(x)}{g^2(x)}}{-\frac{f'(x)}{f^2(x)}} = A \lim_{x=a} \frac{g'(x)f}{f'(x)g}$$

$$\Rightarrow A \lim_{x=a} \frac{f(x)}{g(x)} = A \lim_{x=a} \frac{g'(x)f^2(x)}{f'(x)g^2(x)}$$

$$\Rightarrow A \lim_{x=a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = A \lim_{x=a} \frac{f^2(x)g(x)}{g^2(x)f(x)} = A \lim_{x=a} \frac{f(x)}{g(x)}. \text{ Тук бихме искали да разяс-}$$

ним, че величините k и p , които стоят пред нулите в първия случай и пред безкрайностите във втория, показват, че ние не знаем точно в какво отношение се намират двете нули или безкрайностите и за да намерим точното отношение, е необходимо да приложим правилото на Лопитал и да получим определено отношение, което ще покажем в следващите примери:

$$\begin{aligned}
 A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{2x - \sin 2x}{x - x \cos x} &= A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{(2x - \sin 2x)'}{(x - x \cos x)'} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{1 - \cos x + x \sin x} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{(2 - 2 \cos 2x)'}{(1 - \cos x + x \sin x)'} = \\
 &= A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{4 \sin 2x}{2 \sin x + x \cos x} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{(4 \sin 2x)'}{(2 \sin x + x \cos x)'} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{8 \cos 2x}{3 \cos x - x \sin x} = \\
 &= \frac{8 \cos 2 \cdot 0}{3 \cos 0 - 0 \sin 0} = \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A \lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right) &= A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x - \ln(1+x)}{x \ln(1+x)} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{(x - \ln(1+x))'}{(x \ln(1+x))'} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{1 - \frac{1}{1+x}}{\ln(1+x) + \frac{x}{1+x}} = \\
 &= A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\left(1 - \frac{1}{1+x} \right)'}{\left(\ln(1+x) + \frac{x}{1+x} \right)'} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{(1+x) \ln(1+x) + x} = A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{(x)'}{((1+x) \ln(1+x) + x)'} = \\
 &= A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{\ln(1+x) + 2} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Сега е необходимо да направим обобщение на получените в тези примери резултати по диалектико-логически път. Когато имаме отношение на нули или безкрайности, които са количествено тъждествени например:

$$A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{x} = \frac{+0}{+0} = +1, \quad A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{3 \cdot x}{x} = A \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 \frac{x}{x} = 3 \frac{+0}{+0} = +3,$$

$$A \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x^2}{x} = \frac{+0^2}{+0} = \frac{+0 \cdot +0}{+0} = +0, \quad A \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x} = \frac{+\infty}{+\infty} = +1,$$

$$A \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \cdot x}{x} = A \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 \frac{x}{x} = 3 \frac{+\infty}{+\infty} = +3, \quad A \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \frac{+\infty^2}{+\infty} = \frac{+\infty \cdot +\infty}{+\infty} = +\infty$$

$$A \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{e^x} = \frac{+\infty}{+\infty} = +1 \text{ можем да ги съкратим и имаме определено}$$

отношение, докато например при: $A \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = \left[\frac{+\infty}{+\infty} \right] = \text{неопределеност}$,

$A \lim_{x = \frac{\pi}{2} - 0} \frac{\cos 3x}{\cos x} = \left[\frac{+0}{+0} \right] = \text{неопределеност}$, не можем да ги съкратам или

при $A \lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right) = \text{неопределеност}$, не можем да ги извадим,

тъй като нулите или безкрайностите, които получаваме, се различават количествено една от друга и ние не знаем точното отношение, в което се намират, докато не приложим правилото на Лопитал.

5. Въвеждане на едно ново разбиране относно определения интеграл

В стандартния математически анализ чрез пресмятането на определен интеграл $\int_a^b f(x)dx$ намираме лицето, заключено под дадена крива, което мо-

жем да запишем и така: $\int_a^b f(x)dx = S_n = f(x_1) \square x + f(x_2) \square x + \dots + f(x_n) \square x$, т.е. намираме лицето чрез сумата на потенциално безкраен брой правоъгъл-

ници, които имат основа $\square x = \frac{b-a}{n}$ и височина $f(x_1)$, като, колкото по-

голяма е стойността на n , толкова по-точно ще получим съответното лице, тъй като ще имаме по-малки правоъгълници, описващи с по-голяма точност лицето под кривата.

След като изложихме накратко основната концепция за определения интеграл в стандартния математически анализ, нека да преминем към въвеждането и разясняването на определения интеграл от гледна точка на диалектическия математически анализ.

Като за начало, ще започнем с въвеждането на нови определения за понятията точка, права, равнина, тяло:

- Точка е обект с нулева екстензионалност в пространството.
- Права е обект с определена екстензионалност в едномерното пространство и нулева екстензионалност в двумерното, като всяка права съдържа актуално безкраен брой точки.
- Равнина е обект с определена екстензионалност в двумерното пространство и нулева екстензионалност в тримерното, като всяка равнина съдържа актуално безкраен брой прави.

– Тяло е обект с определена екстензионалност в тримерното пространство и нулева екстензионалност в четиримерното, като всяко тяло съдържа актуално безкраен брой равнини.

От току-що изложеното определение за равнина следва, че лицето на дадена фигура може да се представи като актуално безкраен брой прави, събрани една с друга, което, приложено към понятието определен интеграл, ще даде следната формула:

$$\int_a^b f(x)dx = S_n = f(a) | +0 + f(a+0) | +0 + f(a+2 \cdot +0) | +0 + \dots + f(b) | +0,$$

тук чертичката след всяка функционална стойност показва, че събираме правите, които са успоредни и слепени една до друга.

Нека да дадем конкретен пример, за да разясним въведеното означение и да помогнем на читателите да вникнат в нововъведената концепция. Ако имаме $S_n = 5 | +0 = +0$, означава, че търсим лицето на фигура, която има екстензионалност 5 в едномерното пространство и екстензионалност +0 в двумерното, от което следва, че лицето е $S_n = +0$ и че нямаме екстензионалност в двумерното пространство, т.е. нямаме лице; докато, ако търсим дължината на правата $l = 5 | +0 = 5$, която има екстензионалност 5 в едномерното пространство и екстензионалност +0 в двумерното пространство, получаваме $l = 5$.

6. Заключение

В тази статия имаме за цел да поставим фундамента на диалектическия математически анализ и да покажем, че прилагането на диалектичката логика към математиката би довело до опростяване и премахване на голяма част от ненужните определения и забрани, които изпълват учебниците по стандартен математически анализ поради обвързаността му с формалната логика и нейните закони. Освен това се надяваме да сме предизвикали интерес и у други читатели, които да се впуснат в по-всеобхватно изследване, целящо приложение на диалектичката логика към цялата математика.

БИБЛИОГРАФИЯ:

1. Брадистилов, Г., *Висша математика*, С., 1965
2. Кантор, Г., *Труды по теории множеств*, М., 1985
3. Кузански, Н., *За ученото незнание*, С., 1993
4. Курант, Р., Робинс, Х., *Що е математика?*, С., 1967
5. Медведев, Ф.А., *Развитие теории множеств в XIX веке*, М., 1965
6. Джаков, П., Леви, Р., Малеев, Р., Троянски, С., *Диференциално и интегрално смятане*, С., 2007
7. Пеева, К., *Математически анализ*, С., 1997
8. Хегел, Г., *Науката логика*, С., 2001

DIALECTICAL PRINCIPLES OF THE MATHEMATICAL ANALYSIS

Abstract. This article aims to establish the foundations of dialectical mathematical analysis through the introduction of a new understanding of the number zero, the substitution of potential infinity with actual infinity, and by demonstrating how we can get any finite number by the synthesis of zero and an actual infinity number. Additionally, we introduce the definition of the term **absolute limit**, which is the foundation of some of the main definitions of dialectical mathematical analysis, which we give.

Kris Naidenov

e-mail: krisnaidenov@gmail.com