

СВОБОДНИ ОНЛАЙН РЕСУРСИ В ЧАС ПО МАТЕМАТИКА

Доц. д-р Пенка Георгиева
Бургаски свободен университет

Резюме. Статията се фокусира върху предимства и недостатъци при използване на софтуерни (онлайн и офлайн) ресурси в обучението по математика, идентифицирани от автора в дългогодишна практика в преподаването на математика в различни нива и образователни институции. Представени са примери и идеи за повишаване ефективността на обучението чрез преодоляване на нововъзникнали проблеми в образователния процес.

Ключови думи: онлайн ресурси; обучение по математика; алтернативно обучение

Въведение

Съществуват предизвикателства от различен характер при преподаване на математика в целия курс на обучение и в училищния, и в университетския етап на образование. С предизвикателства се сблъскват както обучаемите (ученици и студенти), така и преподавателите. В анкета, проведена с учители по математика от прогимназиален и гимназиален етап, участвали в различни обучения през 2023, те споделят тревожни констатации, например „... представянето на НВО е плачевно“, „Ученикът и учителят са в безизходна ситуация“ и пр. На въпрос за основните причини за текущото състояние учителите посочват: учебните програми по математика са претоварени откъм материал; часовете по математика са недостатъчно; свален в по-малки класове учебен материал; излишен учебен материал в учебниците и др. Общо е разбирането, че предвиденото за изучаване учебно съдържание по математика се преподава в компресиран вид и за кратко време, урочните единици за нови знания са със значително по-висок дял от тези за упражнения (пр. от 25 урока в темата „Обикновени дроби“ 19 са за нови знания (76%) и само 6 – за обобщение, разговор, упражнения и практическа дейност (24%)). Закономерно значителен брой от учениците не могат да получат трайни и систематични знания по математика, нито да изградят гъвкави умения и ключови компетенции в часовете по математика.

Основните цели на изучаването на математика са непроменени и те са придобиването на фундаментални знания, усвояване на основни концепции и раз-

виването на основни умения за използване на математическия апарат. Постигането на тези цели днес е невъзможно само чрез следване на „стандартните“ методи на обучение и учене. Условието, изискванията и реалностите са съществено променени. Важен аспект е по-динамично и по-бързо развиващо се знание в най-общ смисъл и това води до необходимост от придобиването на различни инструменти, технологии и умения. Нещо повече, нови специалности и технологии се появяват във всяка област на човешката практика – роботика, IoT, изкуствен интелект, машинно обучение и т.н. В допълнение самите обучаеми показват малко желание да запомнят и възпроизвеждат наизустени факти, теореми и формули. Важно да се отбележи, че техните знания в много голям процент не са систематизирани в последователна научна система, а са до известна степен гранулирани, откъснати и леко хаотични. Обучаемите имат лесен достъп до информация и знания от всички аспекти на науката и живота и ако не знаят нещо, просто го намират с интернет търсачка, а ако не могат да направят нещо, просто гледат видеоклип (или два) и се научават как да го направят (Ichsan, Suharyat, Santosa & Satria 2023).

Предизвикателни промени в учебната среда са обсъдени на пленарното заседание на ОЕВ'2019 Pushing Technological Boundaries, където проф. Ш. Александър изтъква нарастващите разходи за образование, коментира нивото на пригодност на завършилите за трудова дейност и начини за използване на технологиите за устойчиво бъдеще на образованието².

Променя се и физическата среда при учене. До XX век основни подходи за учене са стриктни часове в контролирана от преподавател среда, безкрайни часове в библиотеки, писане, запаметяване и репродуциране на запаметения материал (фиг. 1). Но в XXI век начините са други – обучаемите (и преподавателите) използват интернет, разработват материалите си на компютър (фиг. 2), постепенно част от запаметяването и репродуцирането се заместват с креативно решаване на казуси и реални проблеми.



Фигура 1. Самоподготовка в библиотека (XX век)



Фигура 2. Самоподготовка (XXI век)

Не е за подценяване тенденцията към глобализация на образованието, която ще бъде коментирана по-късно.

Тези факти налагат и промени в начина на обучение, преподаване и оценка на знанията, но това по никакъв начин не подкопава фундаменталната роля, която традиционните методи на обучение играят в преподаването и обучението.

В допълнение трябва да се обърне внимание и на предизвикателствата, произтичащи от организацията на обучението по математика в училище, свързани със задължителните учебни планове в Република България. Следващите два примера са илюстрация за това.

(1) В професионалните гимназии (някои от които технически) седмично се учат само 2 часа математика.

(2) В профилираната подготовка на езиковите гимназии в XI клас математиката е 7 часа седмично в 4 различни предмета (един задължителен от 2 часа, два модула всеки по 2 часа и един избираем с 1 час), изучавани едновременно, а учениците получават общо 27 годишни оценки по всички изучавани предмети, докато техните връстници в други страни изучават 5 или 6 предмета.

Решения могат да се търсят в различни посоки. Увеличаването на седмичния брой на часовете по математика е едно възможно решение. Така ще има повече време за проекти, състезателни игри и дейности, свързани с повишаване интереса на учениците и затвърждаване на знанията. Това трябва да се комбинира с намаляване на разглежданите теми.

Намаляване на общия брой изучавани предмети е друга задължителна мярка.

Но в тази статия ще бъде обърнато по-голямо внимание на нетрадиционни методи на преподаване и учене. Такива в обучението по математика са:

- изследователски подход;
- активно учене – концепцията за активно обучение се основава на пре-

минаване от запаметяване на знания и факти (повърхностно обучение) към разбиране (задълбочено обучение);

- проектно ориентирано обучение (POL) – включване на обучаемите в различни проекти, обикновено водещи до създаване на продукти. В дидактическата стратегия на POL активното учене се описва като образователна парадигма, която трансформира директния опит в инструмент за подпомагане и стимулиране на ученето;

- използване на софтуерни системи за компютърна математика – безспорно лесният достъп до мощни компютри и софтуер води до значителни промени в преподаването и изучаването на математика. Съществуват софтуерни пакети (като MATLAB, MAPLE и MATHEMATICA), които могат да бъдат използвани като практически инструмент за изучаване на математика, за визуализиране на концепции и резултати и за намиране на решения на сложни уравнения чрез извършване на сложни символни изчисления и трансформации. Статистическите пакети също могат да бъдат използвани за изследване и анализиране на данни от реалния свят (Herfort Tamborg, Meier, Allsopp & Misfeldt, M 2023);

- интернет – използването на интернет за образователни цели играе важна роля както в процеса на преподаване, така и в процеса на учене. Ползите от включването на интернет в обучението по математика са многобройни. Интернет може да се използва като методически инструмент, напр. видеата и анимациите са ефективен начин за илюстриране на геометрични обекти, вектори и т.н. Нещо повече, обучаемите могат да се свързват със своите преподаватели и/или други обучаеми почти непрекъснато не само чрез имейли, но докато работят върху задачи в уеббазирани курсове за асистирано обучение чрез получаване на коментари и анализи. Интернет ресурсите помагат на учениците да изследват нови идеи и да обогатят знанията си;

- образователни игри:

- „*Поглед в миналото* – как исторически са възникнали математически концепции, например числа, цифри, геометрични фигури и пр.;

- *Разделяне „на око“* – разделяне на реални обекти и количества на части (половини, третини, четвъртини) и обратно – определяне „на око“ каква част от цялото е разглежданият обект;

- *В живота* – дискутиране на професии и ситуации от реалния живот, в които се прилагат математически концепции;

- *Направи сам* – моделиране на геометрични тела;

- *На открито* – откриване на числа, графики или геометрични фигури и тела в урок на открито;

- *Провери* – писмено анализиране на грешно решена задача.

- работа в екип;

- използване на онлайн и/или офлайн софтуерни ресурси.

Голяма част от хората, в т. ч. ученици и студенти, имат погрешното разбиране, че математика се свежда до пресмятания с числа. Малко забелязват алгоритмите за получаване на решения и следването на процедури за доказателства. Единици осъзнават математиката като инструмент за моделиране, а следователно и за разбиране, интерпретация, управление на процеси и свързаните с този аспект креативност и естетика на тази наука. Това донякъде се дължи на преподаването на математика в училище предимно като поредица от правила и процедури, които не позволяват никакви отклонения или креативност.

Всички ние сме буквално заливани от информация постоянно, но обучаемите често я приемат за даденост и не се възползват от нея и не знаят как да извличат важното и достоверното. Предоставянето на достъпни ресурси, комбинирани с възможности за активно учене, е ключов аспект в преодоляването на методическите предизвикателства. Вместо да бъдат просто изложени на информацията, обучаемите трябва да бъдат ангажирани в активни дейности, като групови дискусии, задачи за съпоставяне на реални данни, самостоятелно изготвяне на диаграми и таблици и публично представяне на резултатите. Използване на реални данни от околната среда (температура, влажност на въздуха, продължителност на деня и пр.), от актуални новини или от област по избор на самите обучаеми повишават значително мотивацията. Такъв подход е много подходящ например за Модул 4. „Вероятности и анализ на данни на профилирана подготовка по математика в XII клас“.

Използването на интерактивни технологии и софтуерни инструменти също може да бъде полезно при ученето. Виртуални среди, интерактивни дъски и софтуерни пакети, специализирани за обработка на данни и визуализация предоставят възможности на обучаемите да експериментират с различни типове диаграми и таблици и да развият своите умения чрез практически опит. Диаграмите и таблиците се използват в различни предмети и дисциплини като математика, наука, икономика и география. Интегрирането на учебните материали и задачи, които изискват разчитане и организиране на информация от диаграми и таблици, в различни учебни области може да помогне на учениците да разберат контекстуалните аспекти и приложенията на тези умения.

Плюсовете и минусите от използването на свободни и безплатни онлайн ресурси в часовете по математика е фокусът на тази статия.

Видове онлайн ресурси за обучение по математика

А. Онлайн калкулатори

Symbolab²; Equation Solver: Wolfram|Alpha³; Equation Solver; MathPapa⁴; Photomath⁵ са само малка част от хилядите достъпни онлайн калкулатори за решаване на уравнения. Някои онлайн калкулатори визуализират решенията стъпка по стъпка и по този начин са полезен инструмент в процеса на обуче-

ние. Съществуват още матрични калкулатори, калкулатори за диференциране, калкулатори за конвертиране на мерни единици, калкулатори за построяване на графики (графични калкулатори) и пр.

Б. Видео ресурси

Тук примерите са също многобройни, но в тази статия ще бъдат посочени само два ресурса.

3Blue1Brown⁶ е видео канал на английски език с интересни кратки анимации от всички области на математиката, който може да бъде използван и за учене и за повишаване на мотивацията.

Достъпен и донякъде безплатен ресурс на български език е Уча.се⁷.

Видео уроците са ценни като допълнение към процеса на обучение и учене. Добре е да се знае, че гледането на видео повишава степента на подготовка на обучаемите само когато видеото е гледано скоро след лекцията/часа. Успехът на тестове също не е правопрпорционален на броя на гледанията на съответния видеоурок. Повече данни и подробен анализ по този въпрос могат да се намерят в (Gowan, Hanna, Greer & Busch 2018).

В. Онлайн академии

„Кан Академия“⁸ е важен ресурс, съдържащ кратки уроци, тестове и видеоуроци и на български от почти всички дялове на училищната математика. Ресурсът е напълно безплатен.

Друга интересна академия е JUMP Math⁹, която е иновативна програма за обучение по математика, посветена на развитие на потенциала на всяко дете и изграждане на увереност при обучението по математика.

Г. Алтернативно обучение

Тук са разгледани няколко интересни за автора подхода за алтернативно обучение, като целта не е да се достигне изчерпателност.

✓ **MOOCs** (абrevиатура на **MASSIVE OPEN ONLINECOURSES**) е мощно развиваща се област в предоставянето на образователна услуга. От една страна, идеята за отворено обучение не е нова – различни образователни експерименти в тази посока започват в началото на XX век. От друга страна, популяризирането на концепцията за пълна прозрачност и достъпност на научните постижения и образователните ресурси започва преди около три десетилетия с идеалната цел да се запълни съществуващата огромна разлика между развити и развиващи се страни, а и да е коректив на учените при техните изследвания. Някои изследователи дори рисуват апокалиптичната картина, в която традиционните университети и училища са престанали да съществуват. Реалността в настоящия момент е далеч от тези прогнози. И независимо от спорните аспекти и поставените въпроси по отношение на MOOCs тяхната роля като средство на обучение е безспорна. Важно да се подчертае, че целта на отвореното образование е:

- увеличаване достъпността на различни групи хора до образователен процес и
- успешното участие в образователния процес.

MOOCs ясно демонстрират тенденцията за глобализация на образователната услуга (фиг. 3).



Фигура 3. Пример за глобализацията на образователната услуга. Тази карта илюстрира над 113 000 изтегляния на OER (open education resources) от над 184 държави и изтеглени в над 3600 образователни институции през 2022 г., които са хоствани само в University of Missouri – St. Louis¹⁰

Основни доставчиците на MOOCs са Coursera, edX, Udacity, Canvas.net, FutureLearn, Miriada X, France Universitate Numerique, Open Education by Blackboard Rwaq., iversity, NovoEd и др. Всички те предлагат и MOOCs за системи за компютърна математика.

При MOOCs се наблюдава и ясно изразена тенденция към комерсиализация. Всички доставчици имат маркетингов канал с различни нива (безплатно ниво, платено ниво-сертификат), предлагат микрокредитиране, университетски кредит, онлайн степени, корпоративно обучение. Последните две образователни услуги са пазар на стойност милиарди долари (само за 2017 Coursera реализира обучения за над 500 компании в сравнение с 30 за 2016).

Предимствата на този вид обучения са гъвкавост и удобство, курсовете стават относително все по-кратки (преобладават 4-седмичните курсове), графика са гъвкави, разрешава се записване след стартирането на курса, за-

пазват се покритите модули за следващо начало на същия курс, сроковете за изпълнение на задания също стават гъвкави, допускат се многократни опити на тестовете. Но се забелязва рязко намаляване на дискуссионните форми.

- Обучение „у дома“

- Moodle¹¹ – в последните 4 години всички преподаватели придобихме голям опит в използването на тази система, започната преди 20 години от Мартин Дугиамас в пустинен район на Западна Австралия, отдалечен от най-близкото училище на почти 1000 километра. Големият опит с дистанционното радио обучение е в основата на визията на Дугиамас да използва интернет за извеждане на образованието отвъд физическите класни стаи, които почти не са се променили от стотици години, и да се осигури качествено образование във всички краища на света. В съчетание с тази визия е подкрепата му за Всеобщата декларация за правата на човека на ООН – всеки има право на образование. За да преодолее бариерите, пред които са изправени милиони в достъпа до образование. Екипът на Moodle вярва, че свободният достъп до образователни технологии е фундаментален за създаването на по-справедлив свят, в който всеки може да има качествено образование. Като система за управление на обучението с отворен код, която е безплатна за изтегляне, модифициране и споделяне с други, Moodle LMS е най-добрият израз на ценностите, които обединяват нашата общност от разработчици, системни администратори, преподаватели и учаци.

- Boundless Life¹²; Green School; The Hive – платформи за обучение, насочено към децата на дигиталните номади. Boundless Life има кампуси в Португалия, Индонезия, Италия и Гърция и е насочен към различна демографска група на дългосрочно пътуващите: родители и техните деца в начална училищна възраст (до 12 години). Целта на стартъпа според неговия съосновател Мауро Репачи е да позволи на родителите „свободата да пътуват, както пътува сам човек, но с децата си“. Има приблизително 35 милиона глобални дигитални номади, но въпреки големия им брой малко от тях пътуват с децата си. Например в кампуса Boundless в 400-хилядния град Синтра на Португалия има едва 25 семейства. Boundless базира своя образователен модел на Nordic Vassalaureate – интердисциплинарна учебна програма, базирана на финландската образователна система, която набляга на POL – учене чрез преживяване и културно потапяне. Класните стаи са многовъзрастови и размерите на класовете се поддържат малки – по-малко от 15 деца в клас за ученици под 6 години и по-малко от 18 за тези на възраст от 6 до 12 години. Ученето не е ограничено от четирите стени на класната стая – то се провежда в паркове, грънчарски ателиета, ресторанти и музеи. В училище децата се хранят с органични ястия, приготвени от местен готвач. Според съоснователя и ръководител на образованието на Boundless Реха Магон „Образованието трябва да бъде премахнато от една-единствена сграда и да съществува в света“. Компанията

обслужва около 85 семейства и 250 деца през даден семестър. Но съществуват финансови и културни бариери пред присъединяването към Boundless. Цената за включване е около 1600 USD на дете на месец и приблизително 460 долара на родител на месец за услуги, свързани със споделено работно място и това не включва разходите за жилище. Училището все още не е акредитирано, въпреки че е в процес на акредитация¹³.

Д. Системи за компютърна алгебра – Mathematica, Maple и MATLAB

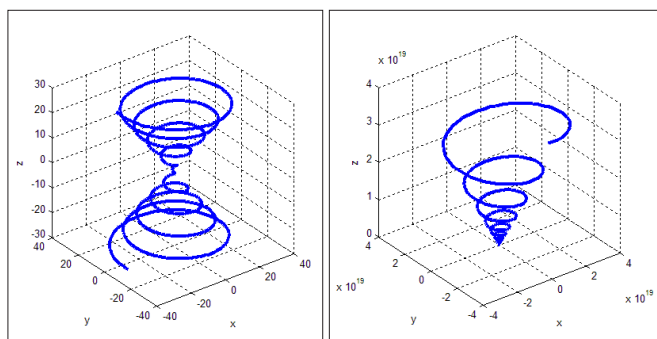
В съвременния дигитален свят все по-голям брой преподаватели включват различни софтуерни продукти и системи в процеса на обучение. Функционалностите, които системите за компютърна алгебра съдържат, са:

- симболични математически пресмятания;
- програмен пакет от числени методи;
- програмни пакети за линейна алгебра, диференциални уравнения, теория на числата, статистика и функционално програмиране;
- интерактивна графична система, която поддържа включително и възможност за анимация;
- език за програмиране, който поддържа обектно ориентирано програмиране и функционално програмиране.

MatLab¹⁴ е създаден като библиотека за линейна алгебра, базирана на Fortran. MatLab е програмна среда за извършване на различни пресмятания (числови и символни) и визуализация на получените резултати. MatLab се състои от ядро с вградени функции, което динамично се допълва с пакети приложения (toolboxes).

На фигура 4 е показано визуализирането на тримерна линия като графика на векторна функция. Графиките на двете векторните функции

$\vec{r}(t) = (t \cdot \sin t, t \cdot \cos t, t)$ и $\vec{r}(t) = (e^{0.15t} \cdot \cos 2t, e^{0.15t} \cdot \sin 2t, e^{0.15t})$ са получени с MatLab.



Фигура 4. Графики на векторните функции $\vec{r}(t) = (t \cdot \sin t, t \cdot \cos t, t)$ и $\vec{r}(t) = (e^{0.15t} \cdot \cos 2t, e^{0.15t} \cdot \sin 2t, e^{0.15t})$

Независимо от безспорните огромни възможности на всички системи за компютърна алгебра основен недостатък е, че те са платени, лицензите са едногодишни и цените дори и на ученическите и академичните лицензи са високи. Но независимо от това промените в компютърните и информационните технологии и големият брой математически софтуер са сигурна предпоставка за постепенна промяна на методите на преподаване висша математика.

Е. Безплатни онлайн платформи за визуализация

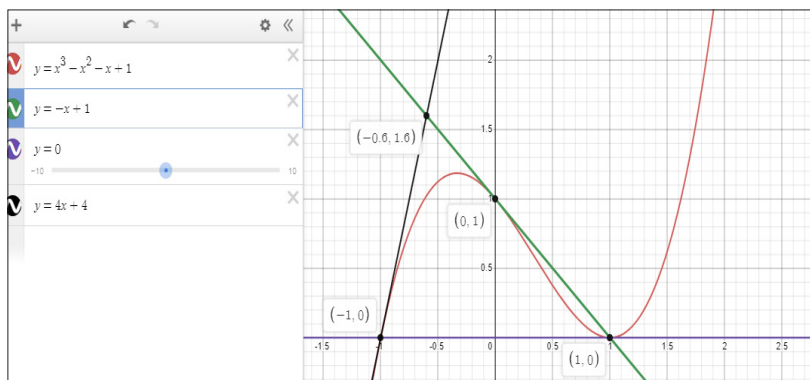
- GeoGebra¹⁵ – динамичен математически софтуер за всички етапи на образованието за геометрия, алгебра, електронни таблици, графики, статистика. Учителите по математика в България безспорно имат достатъчно опит с GeoGebra, защото я използват от времето, когато тя е онлайн. Сега GeoGebra е безплатна и достъпна онлайн, с над 1 милион безплатни ресурса за класна стая, създадени на различни езици. През 2021 г. GeoGebra става част от BYJU'S.

- Desmos¹⁶ – безплатен онлайн ресурс, създаден и развиван от Desmos Studio – корпорация в обществена полза с цел да помогне на всички да научат математика, да обичат математиката и да се развиват с нея. Приоритет на създателите са справедливостта и достъпността на всяко ниво. Безплатният пакет от математически инструменти, включително графичният калкулатор, се използват годишно от над 75 милиона души по света. Тези инструменти помагат на хората да представят идеите си математически, да свързват динамично различни представяния, да правят предположения и след това да разработват изцяло нови идеи. А също така водят и до доста впечатляващо изкуство.

Тук ще бъдат показани три примера, илюстриращи възможностите на графичния калкулатор на Desmos като помощен инструмент в модул 3 – „Практическа математика от профилираната подготовка по математика за XII клас“. Всички примери са от Е. Колев (Kolev 2021).

Пример 1. Да се намерят уравненията на допирателните към графиката на функцията $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ в пресечните точки на графиката с координатните оси.

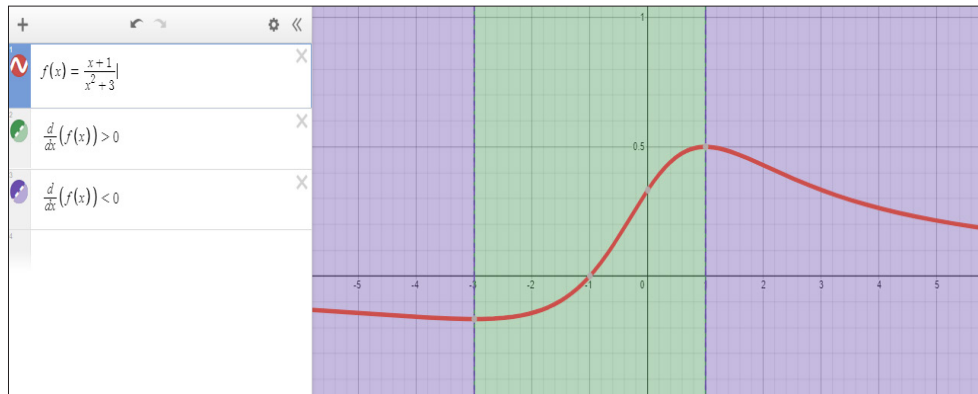
След намиране на уравненията на допирателните е много полезно за разбирането както на условието, така и на получения резултат графиките да се изобразят. На фигура 5 това е направено в desmos.com.



Фигура 5. Графика и допирателни от пример 1

Пример 2. Намерете интервалите на растене и намаляване на функцията $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$.

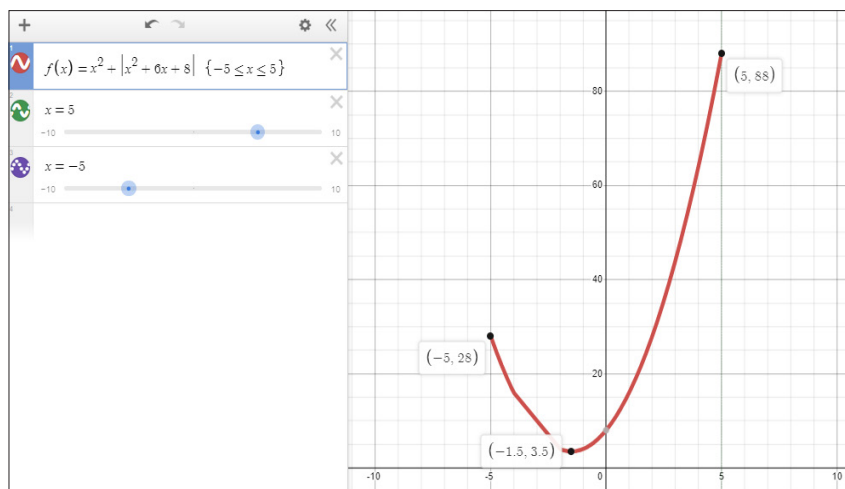
На фигура 6 са показани интервалите, в които производната на функцията е положителна и отрицателна, и така е демонстрирана теоремата за монотонно изменение на функция.



Фигура 6. Графика и знак на производната от пример 2

Пример 3. Намерете най-голямата и най-малката стойност на функцията $f(x) = x^2 + |x^2 + 6x + 8|$ в интервала $[-5; 5]$.

Задачата е с повишена трудност, но ако обучаемите успеят да запишат функцията в графичния калкулатор (или им бъде показана готовата графика), те биха могли да обработят графичната информация и да открият най-голямата и най-малката стойност на функцията (фиг. 7).



Фигура 7. Илюстрация на функцията от пример 3

Графичното решаване и на трите задачи с графичния калкулатор отнема няколко минути, докато аналитичното изследване е значително по-дълго, особено в случай че се построява и графиката. Ето защо използването на този онлайн ресурс дава възможност за бързо онагледяване на концепциите, повишава дълбочината на знанията и формира графична грамотност на обучаемите.

Заклучение

Преподаването и ученето на математика е вече променено и този процес на промени неминуемо ще продължи. Учителите и университетските преподаватели имат възможност да избират дали да продължат работата си с използване на традиционните методи и средства, или да преминат на изцяло дигитални инструменти, или пък да откриват и търсят баланса между двете.

Два са основните недостатъка на всички софтуерни инструменти за математика – необходимостта от допълнителни дигитални умения на обучаемите и на оброчителите и цената за програмните среди.

Въпреки това могат да бъдат намерени висококачествени свободни онлайн ресурси и това е форма на изследователско предизвикателството пред преподавателя – да търси и намери подходящи средства и с креативност балансира-но да ги комбинира с традиционните подходи в преподаването на математика.

БЕЛЕЖКИ

1. PUSHING THE TECHNOLOGICAL BOUNDARIES OEB, 2019, <https://oeb.global/programme/agenda/oeb-19/sessions/ple202> (посетен на 30.09.2023).

2. <https://www.symbolab.com/solver/equation-calculator> (посетен на 30.09.2023).
3. <https://www.wolframalpha.com/calculators/equation-solver-calculator> (посетен на 30.09.2023).
4. <https://www.mathpapa.com/equation-solver/> (посетен на 30.09.2023).
5. <https://photomath.com/> (посетен на 30.09.2023).
6. <https://www.youtube.com/c/3blue1brown> (посетен на 30.09.2023).
7. <https://ucha.se/> (посетен на 30.09.2023).
8. <https://bg.khanacademy.org/> (посетен на 30.09.2023).
9. <https://progresivno.org/jump-math/> (посетен на 30.09.2023).
10. <https://libguides.umsl.edu/oer-exhibit/world> (посетен на 26.10.2023).
11. <https://moodle.com> (посетен на 30.09.2023).
12. <https://www.boundless.life/> (посетен на 30.09.2023).
13. STOLZOFF, S., 2023. European castles, private chefs, and a startup school: These families are ditching the US to live the American dream abroad How to Be a Digital Nomad Family and Travel Around the World With Kids (businessinsider.com) (посетен на 30.09.2023).
14. <https://www.mathworks.com/products/matlab.html> (посетен на 26.10.2023).
15. <https://www.geogebra.org/about> (посетен на 30.09.2023).
16. <https://www.desmos.com/> (посетен на 30.09.2023).

ЛИТЕРАТУРА

- КОЛЕВ, Е., 2021. *Математика, учебник за XII клас профилирана подготовка модул 3. Практическа математика*. София: КЛЕТ България ООД. ISBN 978-954-344-651-3.
- HERFORD, J. D.; TAMBORG, A. L.; MEIER, F.; ALLSOPP, B. B.; MISFELDT, M., 2023. Twenty years of research on technology in mathematics education at CERME: A literature review based on a data science approach. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 112, no. 2, pp. 309 – 336. ISSN: 0013-1954 (print); 1573-0816 (web).
- GOWAN, A. M.; HANNA P.; GREER, D.; BUSCH, J., 2018. Video makes the coding star? *41st International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, pp. 610 – 615, Available from: doi: 10.23919/MIPRO.2018.8400115.
- ICHSAN, I., SUHARYAT, Y., SANTOSA, T. A., SATRIA, E., 2023. The Effectiveness of STEM-Based Learning in Teaching 21 st Century Skills in Generation Z Student in Science Learning: A Meta-Analysis. *Jurnal Penelitian Pendidikan IPA*, vol. 9, no. 1, pp. 150 – 166. e_ISSN: 2407-795X, _ISSN: 2460-2582.

REFERENCES

- HERFORTH, J. D.; TAMBORG, A. L.; MEIER, F.; ALLSOPP, B. B.; MISFELDT, M., 2023. Twenty years of research on technology in mathematics education at CERME: A literature review based on a data science approach. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 112, no. 2, pp. 309 – 336. ISSN: 0013-1954 (print); 1573-0816 (web).
- GOWAN, A. M.; HANNA P.; GREER, D.; BUSCH, J., 2018. Video makes the coding star? *41st International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, pp. 610 – 615, Available from: doi: 10.23919/MIPRO.2018.8400115.
- ICHSAN, I., SUHARYAT, Y., SANTOSA, T. A., SATRIA, E., 2023. The Effectiveness of STEM-Based Learning in Teaching 21 st Century Skills in Generation Z Student in Science Learning: A Meta-Analysis. *Jurnal Penelitian Pendidikan IPA*, vol. 9, no. 1, pp. 150 – 166. e_ISSN: 2407-795X, _ISSN: 2460-2582.
- KOLEV, E., 2021. *Matematika, uchebnik za 12 klas profilirana podgotowka modul 3. Prakticheska matematika*. Sofia: KLET Bulgaria OOD. ISBN 978-954-344-651-3.

FREE ONLINE RESOURCES IN THEACHING MATHEMATICS

Abstract. This article focuses on the advantages and disadvantages of using software (online and offline) resources in mathematics education, identified by the author in many years of practice in teaching mathematics at different levels and educational institutions. Examples and ideas for increasing the effectiveness of training by overcoming emerging problems in the educational process are presented.

Keywords: online resources; mathematics education; alternative education

✉ **Dr. Penka Georgieva, Assist. Prof.**

ORCID iD: 0000-0001-9598-5997

Scopus ID: 48761314000

Burgas Free University

Burgas, Bulgaria

E-mail: penka.georgieva@bfu.bg