

СТИМУЛИРАНЕ НА ТВОРЧЕСКА АКТИВНОСТ ПРИ БИЛИНГВИ ЧРЕЗ ДИНАМИЧЕН СОФТУЕР

¹Сава Гроздев, ²Диана Стефанова,
²Калина Василева, ³Станислава Колева, ⁴Радка Тодорова

¹Българска академия на науките

²ОУ „Никола Вапцаров“ – Асеновград

³ОУ „Димитър Матевски“ – Мерицлери

⁴СОУ „Христо Проданов“ – Карлово

Резюме. Отчитайки спецификата при обучение на роми (недостатъчно познаване на българския език, обособяване на емоционалността като водеща във формиране на познанието), авторите предлагат подпомагане в условията на билингвизъм на запознаването с геометрични фигури и връзките между тях, прилагайки динамичен геометричен софтуер (ДГС). Този подход има доказани предимства във всички степени на обучението по математика: спестяване на чертожно време; повишаване на интереса и активността на учениците в учебния процес чрез възможността да експериментират върху чертежи; създаване на среда за развиване на евристични способности в обучението; подпомагане на творческа активност.

Keywords: bilingual education, romani people, dynamic software, creative thinking

1. Увод

Целта на настоящата разработка е да покаже още една възможност на ДГС – да подпомага формирането на математическа култура при обучение на роми в условията на билингвизъм. Използвано е личното творчество на учениците и с атрактивно доразвиване на техните идеи се реализира обогатяване в посока на по-дълбоки знания и по-широки дигитални компетенции. Избран е ДГС Sam, защото програмата Sam е лека за усвояване и прилагане. Интерфейсът ѝ е компактен, лесно четабилен и не изисква допълнителни часове за запознаване с него (Karaibryatov et al., 2013). ДГС Sam е създаден от малък университетски колектив във Факултета по математика и информатика на ПУ „Паисий Хилендарски“ за нуждите на учебната дисциплина „Синтетична геометрия“. Той е написан на C# в средата на .NET Framework 4, поради което ползвателят трябва да инсталира .NET Framework 4, преди да стартира програмата Sam. ДГС Sam включва

в инструментите си безкрайна точка, а в менюто си специалната функция „Размяна на крайна & безкрайна точка“. Фигурите, които се получават чрез прилагане на функцията „Размяна на крайна & безкрайна точка“, са наречени *свързани* (Karaibryamov et al., 2013). Новите елементи на ДГС Sam дават възможност да се открива връзката между „свързаните фигури“, да обобщава задачи и да твори (Златанов et al., 2012), (Царева & Тодорова, 2013).

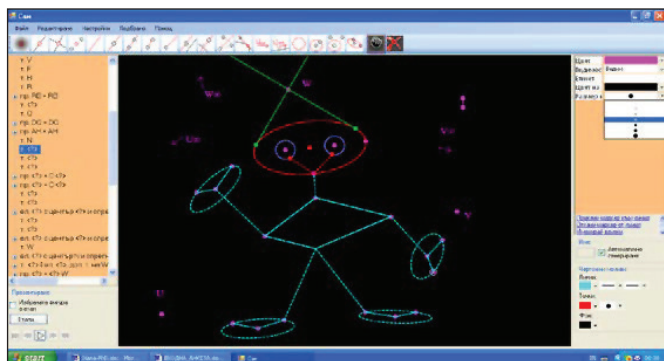
Авторите примат двойното предизвикателство: да запознаят своите ученици роми с последните иновации в обучението по геометрия – ДГС; да предложат ново понятие, което не е включено в учебната програма по математика, с очакването да се повиши интересът към математиката (геометрията) и да се подпомогне овладяването на понятия, свързани с геометрични фигури.

2. Въвеждане в света на динамичните чертежи

Педагогическият експеримент се проведе с учениците (18) от V^{„в“} клас на ОУ „Н. Вапцаров“ в гр. Асеновград и учениците (19) от V клас на ОУ „Д. Матевски“ в гр. Меричлери, обучавани в условия на билигвизъм. Чрез пример от рисунките, изработени в часовете по домашен бит и техника, и представяне на героя на Sam – Лора (фигури 1) учениците бяха запознати с основното различие между статичните и динамичните рисунки или чертежи. На живо те проследиха промените в изгледа на Лора и определиха вида на старите и новите геометрични фигури. Бяха разпознати трапецът, който се трансформира в успоредник, и окръжностите, представящи очите. Интересен е фактът, че повечето ученици не се затрудниха да определят главата, китките и стъпалата на Лора като елипси, независимо че елипсата не се изучава в пети клас.

Обсъди се къде би могла да живее Лора. При повече време това е възможност да се поговори за нашата и другите планети, да се научат учениците как чрез търсачката Google могат да потърсят информация за съответна планета. Най-напред учениците бяха запознати с интерфейса на програмата Sam. Последваха обяснения за връзката на всеки начертан обект с краткото описание, което се появява в листа отляво на чертежа, включващо етикет (или <няма име>, ако няма етикет) и листа на неговите родители. Понятията „свободни“ и „зависими“ обекти бяха поднесени на учениците по достъпен начин чрез аналогия с отношенията в собствените им семейства.

Учениците бяха запознати с всеки от инструментите за чертане, разположени върху горната хоризонтална лента. Тъй като занятието се проведе в компютърна зала с компютър за всеки двама, те имаха възможност да експериментират с всеки инструмент върху екрана на компютъра, да използват панелите за „козметика“, разположени отдясно на чертежа. При това първо занятие учениците не бяха за-



Фигура 1.1



Фигура 1.2

познавани с панела за презентация, разположен в долния десен ъгъл. В началото той касае повече учителя.

Изхождайки от антените върху главата на Лора на двете геометрични рисунки, въведохме понятието „безкрайна точка“: *Ще казваме, че две прави се пресичат в безкрайна точка, когато те са успоредни*. Достатъчно е учениците да знаят това опростено определение на безкрайна точка. Познатият им изглед на железопътните линии в края на хоризонта също им помогна да приемат равностойно и без притеснение съществуването на двата вида точки и да чертаят с тях. Още повече че от технологична гледна точка в ДГС Sam не съществува различие в изчертаването на правите AB или AU_{∞} . Последва експериментално осмисляне на понятието „динамичен чертеж“. Следвайки инструкциите, учениците избраха 10 – 12 произволни точки, свързаха ги последователно чрез инструмента „отсечка“ и получиха начупена линия (фигура 2.1).

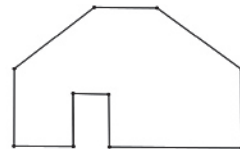
Аналогията с тестото, което учениците многократно са виждали и са наблюдавали как ръцете на бабите и майки им месят, теглят и оформят (фигури 2.2 и 2.3), „отприщи“ артистичен потенциал, който носи ромският етнос, и участниците в



Фигура 2.1



Фигура 2.2



Фигура 2.3

педагогическият експеримент започнаха да творят според възможностите и интересите си. Ето някои от техните предложения:



Фигура 3.1



Фигура 3.2

Момичетата се насочиха към облеклата (фигура 3.1), а момчетата предложиха къщи (фигури 3.3, 3.5), футболно игрище, снежен човек (фигура 3.4) и други. Занятието се проведе в шестия час. Учениците се увлякоха с толкова жар в новото занимание и не усетиха, че почти изтича и седмият учебен час. Някои от тях се справиха по-леко и без помощ. Други се затрудниха. Възникнаха въпроси, свеждащи се основно до това, как да се освободи екранът от многото обекти (точки, прави, окръжности), появили се неконтролируемо.



Фигура 3.3



Фигура 3.4



Фигура 3.5

Този проблем е естествен, защото процесът на запамятаване (в случая на инструкциите) при различните индивиди изисква различен брой повторения. Можем да посочим две основни причини за различното ниво на създаденото от учениците:

- 1) наличие или отсъствие на идеи какво да се създаде;
- 2) различни възможности за концентрация на вниманието и бързо запамятаване на новата информация.

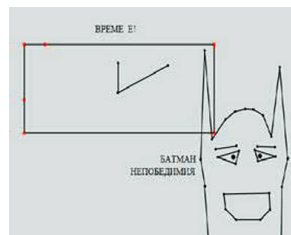
Заради първата констатация по време на експеримента в V клас на ОУ „Д. Матевски“ – гр. Меричлери, беше сменена стратегията и беше поставена конкретна задача: Създайте часовник. По-долу са представени някои от техните решения (фигури 4).



Фигура 4.1



Фигура 4.2

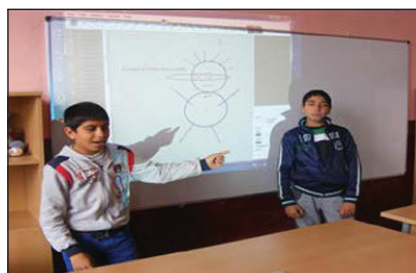


Фигура 4.3

Интересно е да се отбележи, че учениците (Златка, Байсие, Дечо) свързват своя продукт с конкретен персонаж. Ентусиазираните предложиха да направят магазин за часовници и така се изработи фигура 4.4. Последва фигура 4.5. Запазваме автентичността на текста „Какво е този магазин“, който предизвика коментар върху коректността му. На фигура 4.5 е и авторът ѝ Паоло, който разяснява идеята си да включи и Спайдермен в играта. Занятието излезе от традиционната форма на учебен час.



Фигура 4.4 (Иван)

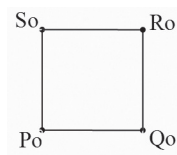
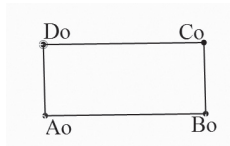
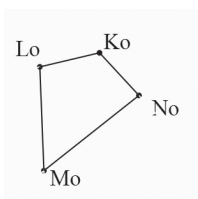
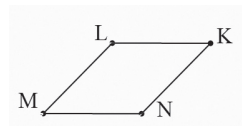
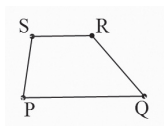
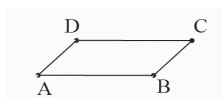


Фигура 4.5

Беше решено най-добрите часовници да се подарят на учениците от I клас, за да бъдат подпомогнати в урока „Научи часовника и часовете“. След първото занятие беше проведена Анкета 1, за да се констатира нивото на знанията за динамичните чертежи и за видовете четириъгълници, които вече бяха изучени.

Анкета 1

- С кои обекти започва изпълнението на всеки чертеж?
А) точки; Б) прави; В) триъгълници; Г) точки и прави.
- Какви чертежи познавате?
А) статични; Б) динамични; В) статични и динамични.
- Правили ли сте динамичен чертеж или динамична рисунка на компютърния екран?
А) да; Б) не.
Ако отговорът е да, представете чертеж или рисунка.
- Кое е най-важното различие на динамичния чертеж от статичния чертеж?
А) цветовете; Б) размерите; В) движението на някои от обектите.
- Под всяка от фигурите запишете наименованието ѝ.



Попълнете таблицата:

	ABCD	PQRS	MNKL	AoBoCoDo	PoQoRoSo	MoNoKoLo
Брой на върховете						
Брой на страните						
Брой на двойките успоредни страни						

- Направете динамичен чертеж на някоя от фигурите.
- Кои инструменти използвахте ?

Резултати от Задача 5 на Анкета 1 се представят чрез следните таблици:

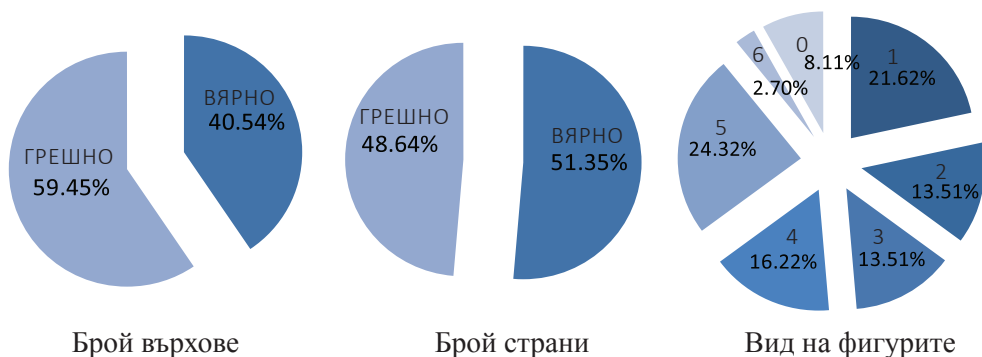
Таблица 1

	Брой върхове	Брой страни	Брой двойки успоредни страни
Определиха вярно	15 ученици	19 ученици	0 ученици

Таблица 2

Брой на познатите четириъгълници	6	5	4	3	2	1	0
Брой на учениците, определили вярно	1	9	6	5	5	8	3

или в проценти чрез следните кръгови диаграми:



Резултатите от анкетата могат да се обобщят по следния начин:

1. Много от учениците нямат трайно знание за елементите на четириъгълника (върхове и страни), поради което не можаха да определят вярно съответния брой.
2. Липсва добро познание върху наименованията на изучените четириъгълници. Записът на наименованията не само изобилства с правописни грешки, но подсказва, че и правоговорът им не е усвоен. Това не е неочакван резултат за учениците роми, които в своята речева практика доминиращо използват майчиния език.
3. Новата информация, касаеща динамичните чертежи, е осмислена напълно от 15 ученици и частично от 16 ученици.
4. Учениците направиха рисунки с динамични сегменти, но не изпълниха задачи 6 и 7.

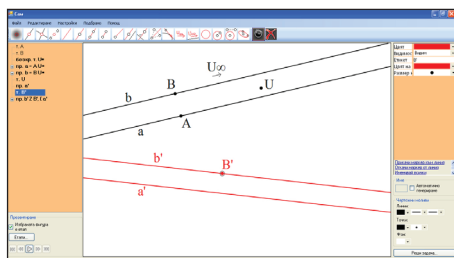
Интересът и проявленията на учениците от пети клас в двете училища окуражиха прилагането в час на динамичния геометричен софтуер Sam с поставяне на следните цели:

- 1) По-добро усвояване на понятията „успоредни прави“, „четириъгълник“, „трапец“, „успоредник“, „правоъгълник“, „ромб“, „квадрат“.
- 2) Установяване на връзките чрез преход от една фигура в друга.
- 3) По-добро усвояване на понятията „паралелепипед“, „призма“, „пирамида“. Установяване на връзките между тях чрез преход от една фигура в друга.
- 4) Установяване на сътрудничество в учебния процес между ученици от различни нива на класовете с цел споделяне на знания и умения.

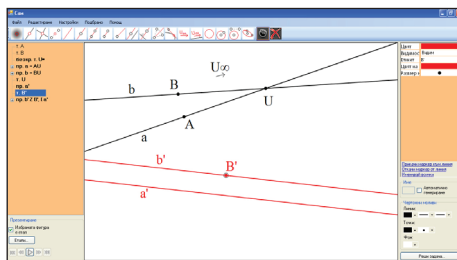
3. Динамичен чертеж на успоредник и свързаните с него специални четириъгълници

Крайъгълен камък за постигане на поставените цели се оказва построяването на „универсалния успоредник“ (Златанов et al., 2012), (Karaibryamov et al., 2013). Започнахме с коментар за възможностите да се построят две успоредни прави на компютърния екран, така че при динамика на свободните обекти правите да остават успоредни. Разгледахме следните две от възможните решения:

- 1) Избираме произволните точки A, B, U_{∞} . Чрез инструмента „права през две точки“ построяваме правите $a = AU_{\infty}$ и $b = BU_{\infty}$ (фигура 5.1).
- 2) Избираме произволните точка B' и права a' . Чрез инструмента „успоредна линия“ построяваме правата b' , минаваща през точка B' и успоредна на правата a' (фигура 5.1).



Фигура 5.1



Фигура 5.2

Предимството на първото построение е, че позволява чрез специалната функция „Размяна на крайна & безкрайна точка“ успоредните прави a и b да се трансформират в пресичащи се прави (фигура 5.2). С тези построения подготвихме учениците за следната задача:

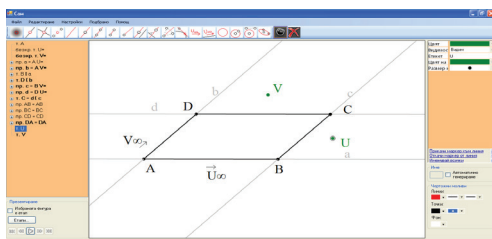
Основна задача. Да се построи (универсален) успоредник.

Решение: Последователността на построенията

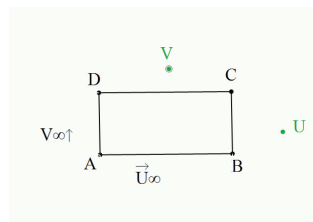
- 1) свободните точки $A, U_{\infty}, V_{\infty}$; 2) правите $a = A U_{\infty}$ и $b = A V_{\infty}$;
- 3) произволните точки $B \in a$ и $D \in b$; 4) правите $c = B V_{\infty}$ и $d = D U_{\infty}$;
- 5) пресечната точка $C = c \cap d$; 6) описание на страните на успоредника;

е описана отляво в листа или дървото на построенията (фигура 6.1).

Беше демонстриран най-бързият начин за освобождаване от помощните линии чрез подходящ избор на фон (фигура 6.2).



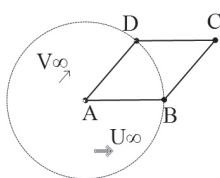
Фигура 6.1



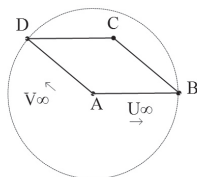
Фигура 6.2

Следва приятното и забавно занимание за учениците да генерират други изучавани фигури от построения от тях успоредник:

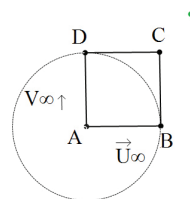
- а) правоъгълник (фигура 6.2) – достатъчно е точката V_{∞} да се подложи на ротация с десния бутон на мишката;
- б) ромб (фигури 6.3, 6.4) – достатъчно чрез окръжност да се осигури равенство на съседните страни на успоредника;
- в) припомня се определението на квадрат и се обсъждат възможностите да бъде построен, тръгвайки от ромба или от правоъгълника (фигура 6.5).



Фигура 6.3



Фигура 6.4

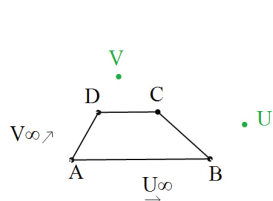


Фигура 6.5

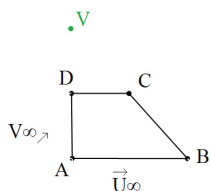
С въпроса „Кое е общото за всички построени дотук фигури?“ обръщаме внимание на учениците, че и двете двойки срещуположни страни са успоредни. Така

затвърждаваме знанието за основната характеристика на успоредника, включена в неговото определение.

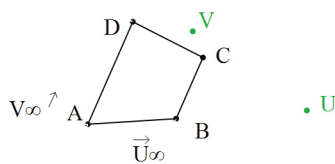
Питаме учениците: „Каква фигура ще се получи, ако се откажем от изискването едната двойка срещулежащи страни на успоредника да са успоредни?“. Не е неочаквано, че те не се досещат веднага. Функцията „Размяна на крайна & безкрайна точка“, приложена за свободните точки V_∞ и V , помага веднага да визуализираме трапеца (фигури 6.6, 6.7). Изчакваме учениците сами да извършат замяната, да променят вида на трапеца, движейки свободната точка V . Естествено възниква желанието „Да разменим U_∞ и U вместо V_∞ и V . След минути новият трапец е готов (фигура 6.8). Завъртаме екрана, за да покажем



Фигура 6.6

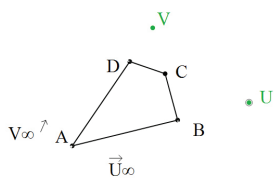


Фигура 6.7

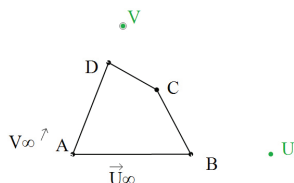


Фигура 6.8

трапеца в обичайната му позиция. Сега е подходящ момент да се припомнят елементите на трапеца: основи, бедра, които учениците посочват за всеки чертеж. Очакваме по-будните да предложат прилагане на функцията „Размяна на крайна & безкрайна точка“ и за двете двойки V_∞ , V и U_∞ , U . Предложението не идва спонтанно, но ние ги насочваме. Така стигаме до произволен четириъгълник (фигура 6.9). Припомняме как се откриват свободните точки в дървото на построенията. Учениците експериментират върху чертежа, прилагайки динамика върху свободните точки (фигура 6.10), и после се връщат към трапец и успоредник.



Фигура 6.9



Фигура 6.10

Обобщаваме знанията върху четириъгълниците, като ги подреждаме в следната схема:



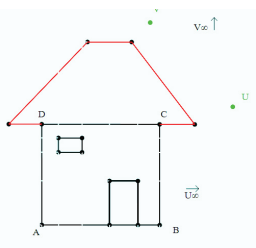
Обстоятелството, че визуализацията на всички фигури от схемата може да се генерира от успоредника от фигура 6.1, е дало вероятно основание на авторите на (Karaibryamov et al., 2013) да го нарекат „универсален успоредник“. *Решихме да не натоварваме учениците роми от пети клас с определението „универсален“, но ще го използваме в изложението.*

Коментираме дали можехме да изберем по друг начин свободните върхове на успоредника. Подказваме варианта свободни точки да са A , C , U_{∞} , V_{∞} и презентираме последователните построения. Конструкцията използва един инструмент по-малко, а именно избор на „произволна точка върху права“. Поставяме задачата самостоятелно да се построи успоредник при този избор и да се генерират другите фигури от него.

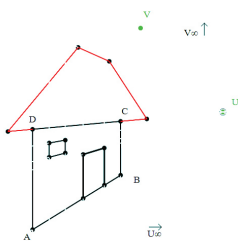
4. Приложения на „универсалния успоредник“

За да затвърдим знанията върху видовете четириъгълници и връзките между тях, се върнахме към творчеството на децата при първото им запознаване с динамичните чертежи.

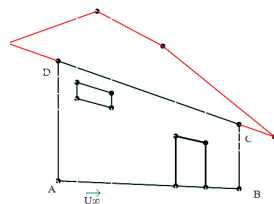
1) Две момчета предложиха две къщи, при които можеха да раздвижват последователно само отделни техни детайли. Представихме им изображение на къща, в което е включен „универсалният успоредник“ (фигура 7.1). С помощта на размяната на U_{∞} и U се получава нов изглед на къщата (фигура 7.2), а движението на точката U , т.е. промяната на местостоянето на наблюдателя, променя отново изгледа (фигура 7.3). Учениците (особено момчетата – строители) се впечатлиха силно от тази възможност и настояваха да им се обясни подробно – „Как става това?“. Върнахме се към Фигура 7.1, заедно сменихме фона и те видяха всички линии, които участват на чертежа (фигура 7.4).



Фигура 7.1

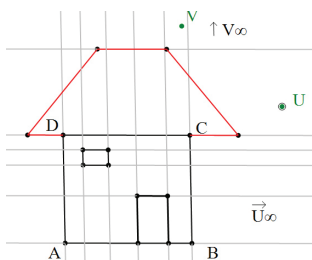


Фигура 7.2

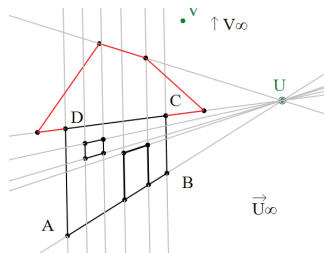


Фигура 7.3

Бяха описани правите, които минават през точка U_∞ , поради което са успоредни. После извършихме отново размяната на U_∞ и U и учениците видяха как всички тези прави вече минават през точка U (фигура 7.5). Движението на U е съпроводено с изместването на целия сноп прави.

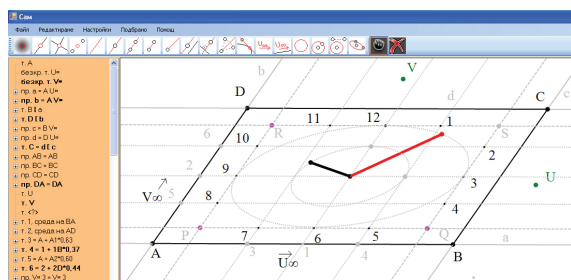


Фигура 7.4

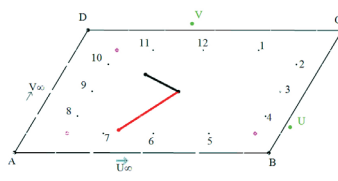


Фигура 7.5

Въздишката „Аааа, значи това било“ показва, че магията е изчезнала. На петте фигури има почти цялата палитра от четириъгълници и беше упражнено да се разпознават, без да се греша.

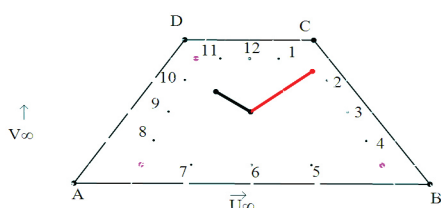


Фигура 8.1

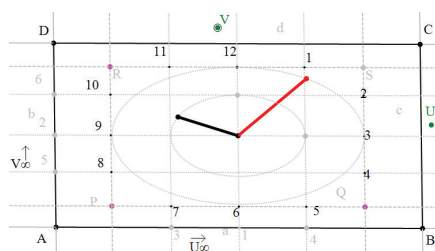


Фигура 8.2

2) Представихме часовник, чийто контур е универсален успоредник, а стрелките се движат по елипси (фигура 8.1). Демонстрирахме изменение на формата на часовника с помощта на специалната функция „Размяна на крайна & безкрайна точка“. Учениците се радваха, когато успяха сами да получат новия часовник и особено когато се научиха да пренастройват циферблата след промяна на формата на часовника. Сравненията с техните творби ги подпомагаше да осъзнаят по-задълбочено преодоляването на проблемите. Декартовата мрежа от правите на двата снопа с центрове безкрайните точки на страните на универсалния успоредник се оказва едно добро решение на проблема.

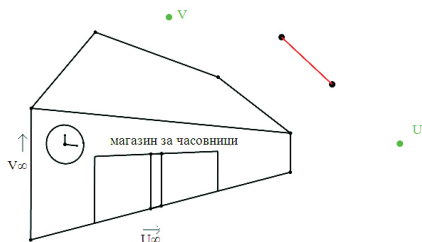


Фигура 8.3

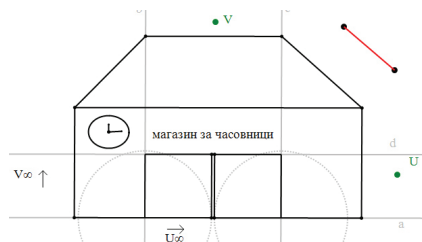


Фигура 8.4

Доразвихме заедно и идеята вратата на Магазина за часовници да се отваря дистанционно (фигури 9.1, 9.2). Така на практика учениците се убедиха колко полезен за динамиката на чертежите е инструментът за построяване на „окръжност с даден център и радиус“. В същото време учениците осмислиха понятието „радиус на окръжност“ чрез приложенията му.



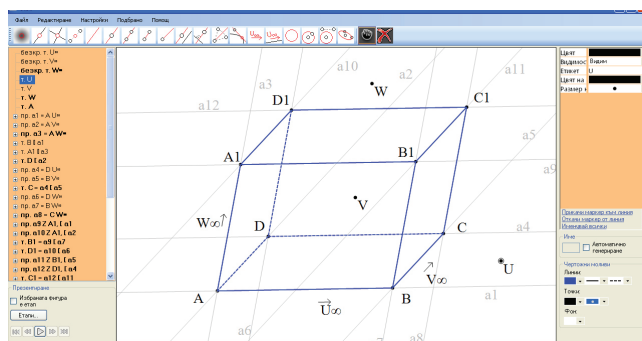
Фигура 9.1



Фигура 9.2

Третото приложение на универсалния успоредник касае паралелепипеда и свързаните с него тримерни тела. Така редуваме творческите изяви с учебния материал.

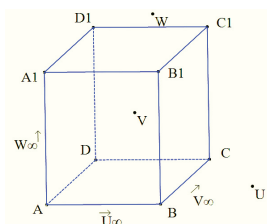
3) В четвърти, пети и шести клас учениците се запознават с тримерните тела: паралелепипед, призма, пирамида, цилиндър, конус. Решихме да използваме само мултимедиа, за да затвърдим знанията на нашите петокласници по темата. За целта използвахме „универсалния паралелепипед“, въведен в работите (Златанов et al., 2012), (Karaibryamov et al., 2013). Долната му основа е вече познатият на учениците от пети клас „универсален успоредник“. Околните ръбове са построени чрез инструмента „права през две точки“, като всички те минават през една и съща безкрайна точка W_{∞} (Фигура 10.1). При построяването на горната основа е използван инструментът „успоредни прави“, за да се осигури успоредност на съответните основни ръбове от двете основи и след прилагане на специалната функция на Sam „Размяна на крайна & безкрайна точка“. Чрез панела за презентация проследихме построяния стъпка по стъпка.



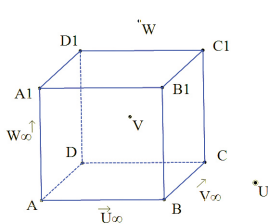
Фигура 10.1

Считаме, че през следващата учебна година учениците от експерименталните пети класове, вече като шестокласници, ще се справят самостоятелно и с построяването на „универсалния паралелепипед“. Ние използвахме наготово неговия динамичен чертеж и широките му възможности, за да покажем на живо генерирането на различните тела, приликите и разликите между тях. Добрата и бърза визуализация позволиха да разширим знанията върху темата дори извън предвиденото в учебните програми. Ротацията на свободните безкрайни точки, с които са инцидентни трите групи ръбове на паралелепипеда, променя ъглите на стените. Лимитираната свобода на точките $B \in AU_{\infty}$, $D \in AV_{\infty}$ и $A_1 \in AW_{\infty}$ позволява промяна на дължините на страните на паралелепипеда. Така учениците имат възможност дигитално да осъществяват прехода от паралелепипед в правоъгълен паралелепипед или куб (фигури 10.1, 10.2, 10.3).

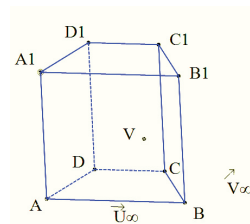
Насочваме вниманието към вида на околните стени и основите. Припомняме и подчертаваме, че при паралелепипеда те са успоредници, при правоъгълния паралелепипед са правоъгълници, а при куба са квадрати.



Фигура 10.2

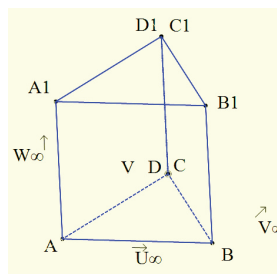


Фигура 10.3

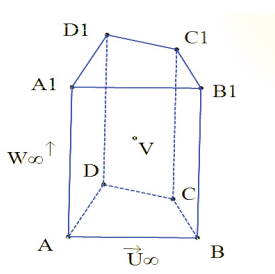


Фигура 10.4

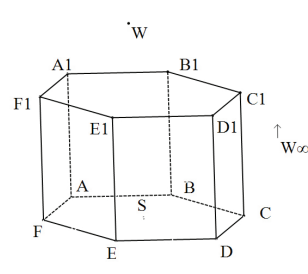
Бързо, само чрез размяната на V_∞ и V , се получава фигура 10.4. Учениците откриват, че основите вече са трапеци и следователно тялото не е паралелепипед (две от стените му – основите, не са успоредници). Подчертаваме, че околните стени остават правоъгълници. Тялото се нарича „четириъгълна призма“. Естествен е въпросът „Как можем да получим *триъгълна призма*?“. Демонстрираме как чрез движение на D достигаме до съвпадане на точките D , C , V (фигура 10.5). С въпроса „Какви фигури още могат да бъдат основите на призмата?“ учениците се справят лесно. Отговарят хорово: четириъгълници, петоъгълници, шестоъгълници. Показваме как бързо от фигура 10.3 Sam произвежда фигура 10.6. Достатъчна е размяната на U_∞ и U . Обясняваме, че не можем да произведем петоъгълна или шестоъгълна призма от паралелепипеда. Но можем да покажем предварително подготвен динамичен чертеж на шестоъгълна призма (фигура 10.7). Даваме възможност на желаещите да открият свободните точки и да приложат динамика върху тях. Възгласите показват задоволството при наблюдаване на играещата шестоъгълна призма.



Фигура 10.5

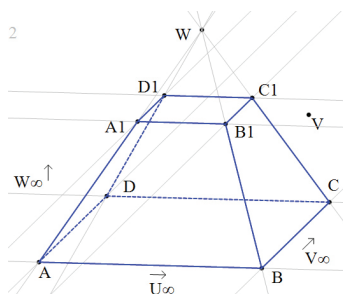


Фигура 10.6

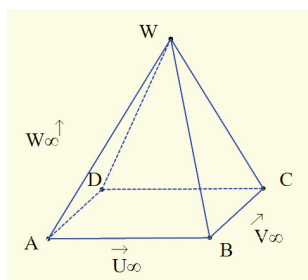


Фигура 10.7

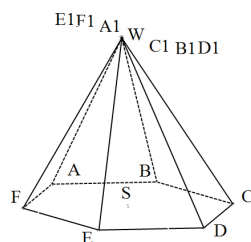
Следва въпросът „Може ли с наша помощ Sam да произведе пирамиди от паралелепипеда и призмите?“. Оказва се, че въпросът е труден. Извършваме размяната на W_∞ и W върху динамичния чертеж на „универсалния паралелепипед“ и шестоъгълната призма; наблюдаваме пресечена пирамида (фигура 10.8) и след движение на точка A_1 до съвпадане с точка W получаваме фигури 10.9 и 10.10. Насочваме вниманието към околните стени. Учениците констатираха, че от успоредници се получават триъгълници, а всички върхове на горната основа съвпадат с върха на пирамидата.



Фигура 10.8

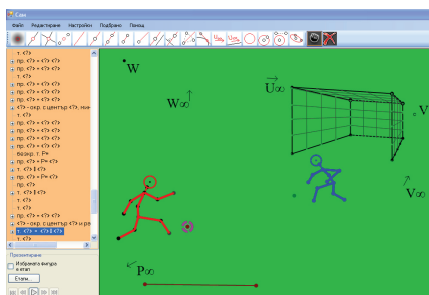


Фигура 10.9

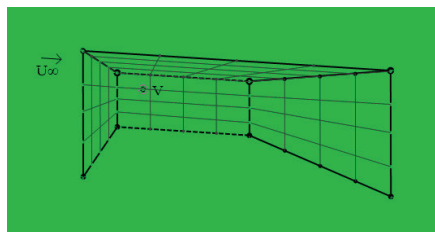


Фигура 10.10

4) Отново свързваме наученото по темата с творчеството на учениците от първото занятие. Както отбелязахме в началото, някои от момчетата начертаха футболно игрище с очертана врата, поставиха и топка. Ето защо решихме да обогатим тяхната идея, представяйки вратата като паралелепипед (фигура 11.1). Сега обаче използвахме втората конструкция на паралелепипеда, описана в (Karaibryamov et al., 2013). Различието с описаната по-горе в 3) конструкция касае само построяването на горната основа. Използва се инструментът „права през две точки“ и се повтаря изцяло построяването на долната основа. Чрез инструмента „скаларна точка“ ръбовете са разделени на еднакъв брой равни части. Делящите точки са свързани и се е получила мрежата на четири от стените. Размяната на V_∞ и V осигурява перспективния изглед на вратата. Той се променя с движението на точката V (фигура 11.2). Топката може да се движи между двамата играчи чрез дистанционно въздействие. Реакцията на учениците, особено на момчетата спортисти, е незабавна и бурна „Това е супер!“. А когато нападателят рита топката, възторгът се увеличава. Ангел, който направи първото футболно игрище и с това предложи идеята за настоящото приложение, държеше да бъде разгледан неговият проект. Първоначалният му вариант бе допълнен вече с два отбора с по 11 играчи,



Фигура 11.1

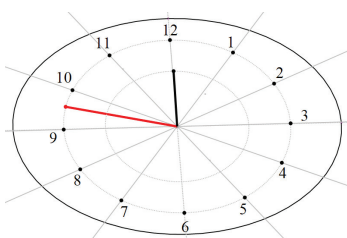


Фигура 11.2

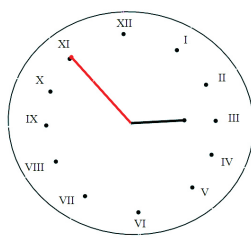
но имаше проблеми с динамиката им. Обяснихме как чрез маркиране на всички точки от даден обект може да се осъществи съхраняване при движение.

Настоящата разработка на тема „Многостени“ има за цел да се затвърдят понятията. Визуализацията определено подпомага, защото компенсира отсъствието на по-богат речников фонд у учениците рому. По-голямата част от участниците с лекота приемат допълнителна информация за призми и пирамиди, защото се оказва, че тези тела не са напълно непознати. Динамичните чертежи, трансформирането на телата от едно в друго, акцентирането върху приликите и разликите между „свързаните фигури“ помагат да се осмислят понятията чрез свързване с визуализацията им.

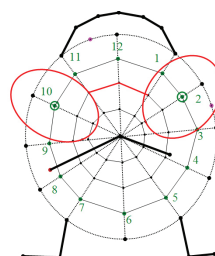
Позволихме си да включим и елипсата като контур на часовник (фигури 12), защото се оказа, че учениците от пети клас разпознават добре тази фигура.



Фигура 12.1



Фигура 12.2



Фигура 12.3

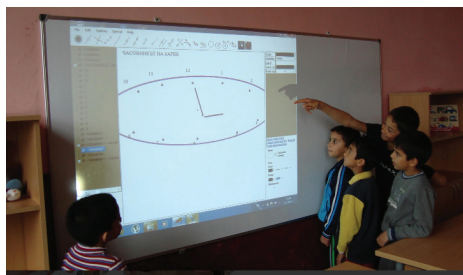
ДГС Sam облекчава с инструмента си „елипса с център и двойка спрегнати полудиаметри“, създаден, за да се улесни работата на учителя. Учениците го използват с лекота и удоволствие още в първоначалните си предложения. Естест-

вено беше и тук те да не могат да решат самостоятелно проблема с циферблата. Създавайки полярна мрежа, не само създадохме циферблата, но и достигнахме до „часовник-Спайдермен“ (фигура 12.3), който спечели симпатиите на учениците. Те разтягаха и свиваха „паяжината“ чрез динамика върху точките, определящи контурната елипса, следяха изменението на многоъгълниците, смееха се при деформациите им. Изникваха и неизпъкнали многоъгълници, върху които направихме бегъл коментар. Учениците забелязаха възможността за преход в окръжност. Включихме и римските цифри в циферблата (фигура 12.2), за да припомним и утвърдим знанията върху тях.

Елипсовидните и кръговите часовници служат и за подготовка на петокласниците за предстоящата им среща в шести клас с валчестите тела и възможността те да се изобразяват върху двумерната равнина, както вече е предложено в (Златанов et al., 2012), (Karaibryamov et al., 2013). Със съдействието на учителите петокласниците от ОУ „Д. Матевски“ – Мерицлери, представиха и подариха на първокласниците своите проекти за часовници, както и подобрените им варианти на хартиен носител, а чрез мултимедия направиха демонстрации. Моменти от срещата за споделяне на знания и умения са представени на фигури 13.1 и 13.2. С това се свали и възрастовото ниво за запознаване с динамичните чертежи.

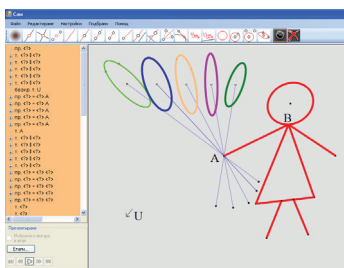


Фигура 13.1

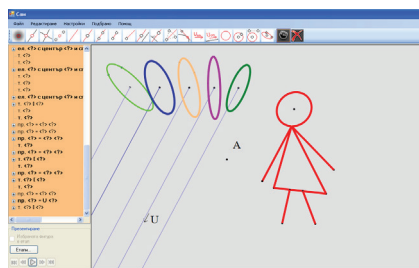


Фигура 13.2

Поощрихме усилията на учениците от V^в клас на ОУ „Н. Вапцаров“ за формиране на умения при работа с динамичен софтуер, раздавайки три награди за най-добра рисунка. Особено внимание заслужава динамичната рисунка на Надя „Момиче с балони“ (фигура 14.1), която получи първа награда. Надя е включила в рисунката си геометричните фигури „триъгълник“ и „разноцветни елипси“, представящи балоните. Това е знак, че при добър подход петокласниците са в състояние да поемат информацията за елипса. Надя е използвала и безкрайна точка, осигурявайки действието на функцията „размяна на крайната точка A с безкрайната точка U^* “, в резултат на което балоните „полетяват“ (фигура 14.2).

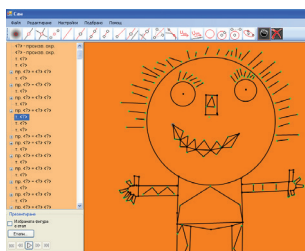


Фигура 14.1

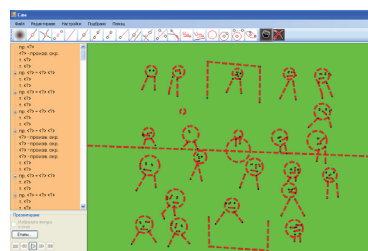


Фигура 14.2

Другите две рисунки са „Дете-слънце“ на Наско и „Футбол“ на Ангел. Наско е включил в рисунката си голямо разнообразие от геометрични фигури и е осигурил динамика в усмивката, очите, косите и други части на „детето-слънце“. В същото време Ангел е претоварил футболното игрище с много еднообразни играчи.



Фигура 14.3



Фигура 14.4

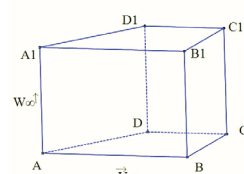
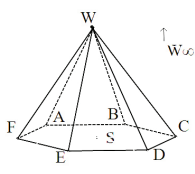
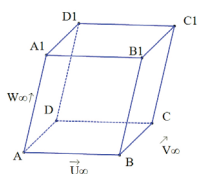
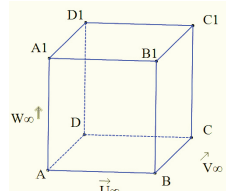
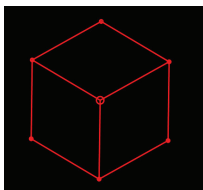
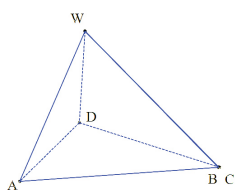
Активното участие на учениците от V клас в учебните часове, когато работят с ДГС, засиленият им интерес и желание да прилагат наученото в лично творчество дават основание да се очаква, че през следващата учебна година, като шестокласници, те ще се справят успешно с новия материал.

5. Оценка на резултатите

След като учениците участваха самостоятелно в изработването на динамични чертежи в часовете по математика и информационни технологии, присъстваха на учебни занятия с презентации с мултимедия на динамични чертежи, бе проведена Анкета 2. Отчитайки незадоволителните резултати от Анкета 1, решихме да я повторим с разширение от още един въпрос № 8:

Анкета 2

8. Под всяка от фигурите запишете наименованието ѝ.



Представяме резултатите от Анкета 2 паралелно с тези от Анкета 1

Определиха вярно	Брой на върховете	Брой на страните	Брой на двойките успоредни страни
Анкета 1 (преди обучението с ДГС Сам)	15 ученици	19 ученици	0
Анкета 2 (след обучението с ДГС Сам)	35 ученици	35 ученици	15 ученици

Таблица 3

Брой на познатите четириъгълници	6	5	4	3	2	1	0
Брой на учениците, определили вярно (преди обучението с ДГС Сам)	1	9	6	5	5	8	3
Брой на учениците, определили вярно (след обучението с ДГС Сам)	26	4	2	2	2	1	0

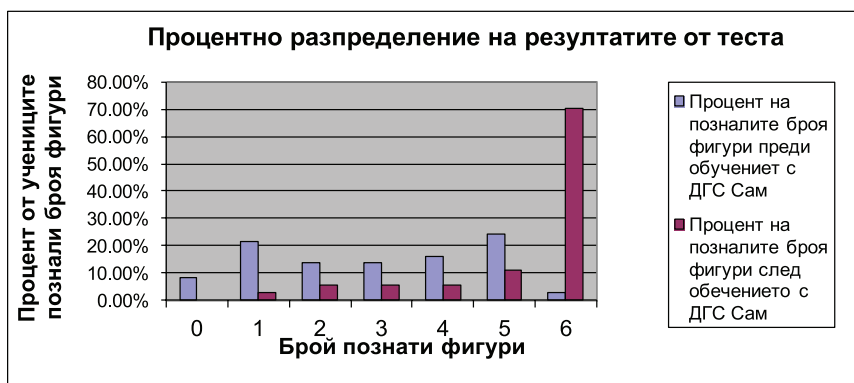
Таблица 4

Брой на познатите многостени	6	5	4	3	2	1	0
Брой на учениците, познали фигурите	18	5	4	2	1	1	6

Понятието динамичен чертеж вече е познато за 32 ученици и е изпълнено със съдържание. Това потвърждава тезата, че иновативните методи се приемат радношно от обучаваните роми. Шестима ученици представиха динамични чертежи

и описаха инструментите, които са използвали. Всички те са включили и безкрайна точка, което показва, че не се плашат от нови понятия, когато им се поднасят подходящо, за да разберат тяхното приложение.

Нито един ученик не използва понятието правоъгълен паралелепипед. Считаме, че би било правилно още в пети клас да се показва разликата между понятията „паралелепипед“ и „правоъгълен паралелепипед“. Динамичният чертеж решава проблема бързо и нагледно. 20 деца познават пирамидата, макар че не се изучава. Единственото любопитно определение на шестоъгълната пирамида е „шапка“. Интересен е фактът, че в подготвените от учениците динамични чертежи присъстват втората версия за построяване на „универсалния успоредник“, призма и пирамида, включвайки безкрайна точка. В желанието си да представят по-сложни динамични чертежи, за които предвиждаме да ги подготвим следващата учебна година, учениците са допуснали някои грешки.



От хистограмата и факта, че възможните резултати са целите числа от 0 до 6 (таблици 4, 5), се съобразява, че не можем да очакваме резултатите от теста да имат нормално разпределение. Ето защо ще изследваме получените резултати с непара-метрични критерии.

Нека означим с $X=(X_1, X_2, \dots, X_{37})$ случайната величина, която описва броя на познатия вид фигури от учениците преди обучението с ДГС Сам, а с $Y=(Y_1, Y_2, \dots, Y_{37})$ да означим случайната величина, която описва броя на познатия вид фигури след обучението с ДГС Сам. Използваме означенията

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad \text{и} \quad S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n-1},$$

където $\bar{X}_n$ и S_X^2 са неизместени оценки съответно за математическото очакване $E(X)$ и дисперсията $D(X)$. Пресмятаме

$$\begin{aligned}\bar{X}_{37} &= \frac{\sum_{i=1}^{37} X_i}{37} = 2,919, \quad \bar{Y}_{37} = \frac{\sum_{i=1}^{37} Y_i}{37} = 5,270, \quad \bar{Z}_{45} = \frac{\sum_{i=1}^{45} Z_i}{45} = 3,667 \\ S_X^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{37} (X_i - \bar{X}_{37})^2}{36} = 3,188, \quad S_Y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{37} (Y_i - \bar{Y}_{37})^2}{36} = 1,869, \\ S_Z^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{45} (Z_i - \bar{Z}_{45})^2}{44} = 5,955\end{aligned}$$

и попълваме таблица 6:

Таблица 6

	$\bar{X}$	S_X^2
Преди обучението с ДГС Сам	2,919	3,188
След обучението с ДГС Сам	5,270	1,869
Разпознаване на тримерни фигури	3,667	5,955

С помощта на F-Теста на Фишер ще проверим хипотезата:

H_0^σ : „Дисперсията на броя познати отговори преди обучението с ДГС Сам е равен на дисперсията на броя познати отговори след обучението с ДГС Сам“ срещу хипотезата

H_1^σ : „Дисперсията на броя познати отговори преди обучението с ДГС Сам е различна от дисперсията на броя познати отговори след обучението с ДГС Сам“.

Пресмятаме

$$F = \frac{S_X^2}{S_Y^2} = 1,705,$$

а за стойността на F-разпределението на Фишер при ниво на съгласие 5% и (36,36) степени на свобода с помощта на Maple намираме $F_{0,95}(36,36) = 1,743$.

От неравенството $F = 1,705 < 1,743$ следва, че предположението за еднаква дисперсия на резултатите преди и след обучението с ДГС не противоречи на резултатите от проведеня тест. Следователно трябва да приемем за вярна хипотезата H_0^σ и да отхвърлим хипотезата H_1^σ с ниво на съгласие 5%.

С помощта на t-Теста на Стюдент за еднаквост при еднакви дисперсии проверяваме хипотезата

H_0^μ : „Средните аритметични на броя познати отговори след обучението с ДГС Сам е равен на средните аритметични преди обучението с ДГС Сам“
срещу хипотезата

H_1^μ : „Средните аритметични на броя познати отговори след обучението с ДГС Сам е по-голям от средните аритметични след обучението с ДГС Сам“.

Общият брой на учениците, които са участвали в изследването, е 37 и е еднакъв преди и след обучението с ДГС Сам. Следователно прилагаме t-Теста за извадки с еднаква големина и получаваме

$$T = \frac{\bar{X}_n - \bar{Y}_n}{\sqrt{\frac{S_X^2(n-1) + S_Y^2(n-1)}{n+n-2}}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}} = 6,448.$$

Пресмятаме стойността на разпределението на Стюdent при ниво на съгласие 0,1% и 72 степени на свобода с помощта на Maple и намираме $t_{0,001} = 2,888$. От неравенството $T = 6,448 > 2,888$ следва, че с ниво на съгласие 0,1% отхвърляме хипотезата за еднородност H_0^μ и премаме хипотезата H_1^μ . Това позволява да твърдим, че използването на ДГС Сам при изучаване на четириъгълниците повишава значително средния успех на учениците.

С помощта на Теста на Колмогоров-Смирнов проверяваме хипотезата за устойчивост на резултатите от теста, т.е. резултатите от теста описват една и съща функция на разпределение. Проверяваме хипотезата

H_0^F : „Функцията на разпределение на броя познати фигури $F_X(t)$ преди обучението с ДГС Сам съвпада с функцията на разпределение на броя познати фигури $F_Y(t)$ след обучението с ДГС Сам“
срещу хипотезата

H_1^F : „Функцията на разпределение на броя познати фигури $F_X(t)$ преди обучението с ДГС Сам е различна от функцията на разпределение на броя познати фигури $F_Y(t)$ след обучението с ДГС Сам“.

Да означим с p_k вероятността ученикът да е познал k на брой фигури. Функцията на разпределение на броя x на познатите от учениците фигури е $F_X(x) = \sum_{X_k < x} p_k$.

Попълваме

Таблица 7

Брой познати фигури	0	1	2	3	4	5	6
Преди обучението с ДГС Сам	3	8	5	5	6	9	1
След обучението с ДГС Сам	0	1	2	2	2	4	26
$F_X(x)$	0,081	0,297	0,432	0,568	0,728	0,973	1
$F_Y(x)$	0	0,027	0,081	0,135	0,189	0,297	1
$ F_X(x) - F_Y(x) $	0,081	0,270	0,351	0,432	0,540	0,675	0

С критерия на Колмогоров-Смирнов при ниво на съгласие 0,1% проверяваме хипотезата H_0^F срещу хипотезата H_1^F .

От таблица 7 намираме $D_{X,Y} = \sup_x |F_X(x) - F_Y(x)| = 0,676$ и пресмятаме

$$D = \sqrt{\frac{n \cdot n}{n + n}} D_{X,Y} = \sqrt{\frac{37 \cdot 37}{37 + 37}} \cdot 0,676 = 2,906.$$

За стойността на разпределението на Колмогоров при ниво на съгласие 0,1% намираме $t_{0,001} = 1,95$ с помощта на Maple. От неравенството $D = 2,906 > 1,95$ следва, че трябва да отхвърлим хипотезата H_0^F и да приемем хипотезата H_1^F . Това позволява да твърдим, че използването на ДГС Сам при изучаване на вида на четириъгълниците променя функцията на разпределение, която описва получените резултати при теста. Отчитайки, че приехме хипотезата „средният успех се увеличава при изучаване вида на четириъгълниците с помощта на ДГС Сам“, можем да твърдим, че функцията на разпределение се променя така, че степента на усвояване на понятията за вида на четириъгълниците се повишава.

С помощта на Таблица 8 и F-Теста на Фишер проверяваме хипотезата:

H_0^σ : „Дисперсията на броя познати отговори за вида на четириъгълниците е равен на дисперсията на броя познати отговори за вида на многостените“
срещу хипотезата

H_1^σ : „Дисперсията на броя познати отговори за вида на четириъгълниците е различен от дисперсията на броя познати отговори за вида на многостените“.

Таблица 8

Брой познати фигури	0	1	2	3	4	5	6
Брой на учениците, познали четириъгълниците	0	1	2	2	2	4	26
Брой на учениците, познали многостените	6	1	1	2	4	5	18

Пресмятаме

$$F = \frac{S_X^2}{S_Y^2} = 3,185,$$

а за стойността за F-разпределението на Фишер при ниво на съгласие 0,1% и (36,36) степени на свобода с помощта на Maple намираме $F_{0,999}(36,36) = 2,888$. От неравенството $F = 3,185 > 2,888$ следва, че трябва да отхвърлим хипотезата H_0^σ и да приемем хипотезата H_1^σ .

С помощта на t-Теста за еднородност проверяваме хипотезата

H_0^μ : „Средните аритметични на броя познати отговори за вида на четириъгълници-

тееравеннасреднитеаритметичнинаброяпознатиотговориизавиданамногостените“
срещу хипотезата

H_1^{μ} : “Средните аритметични на броя познати отговори за вида на четириъгълниците е по-голям от средните аритметични на броя познати отговори за вида на многостените“.

Общият брой на учениците, които са участвали в изследването, е 37 и е еднакъв преди и след обучението с ДГС Сам. От $n = 37$ следва, че трябва да прилагаме t-Теста за извадки с еднаква големина и различни дисперсии. Пресмятаме

$$T = \frac{\bar{Y}_n - \bar{Z}_n}{\sqrt{\frac{S_Y^2}{n} + \frac{S_Z^2}{n}}} = 2,296.$$

и за стойността на разпределението на Стюdent при ниво на съгласие 0,1% и 72 степени на свобода с помощта на Maple намираме $t_{0,001} = 3,207$. От неравенството $T = 2,296 < 3,207$ следва, че предположението за еднакви средни резултати при разпознаване на вида на четириъгълниците и вида на многостените не противоречи на резултатите от проведения тест. Следователно трябва да приемем за вярна хипотезата H_0^{μ} и да отхвърлим хипотезата H_1^{μ} с ниво на съгласие 0,1%.

С помощта на Теста на Колмогоров-Смирнов проверяваме хипотезата, че резултатите от теста за разпознаване на вида на четириъгълниците и вида на многостените се описват с една и съща функция на разпределение. Ще разгледаме хипотезата

H_0^F : „Функцията на разпределение на броя познати четириъгълници $F_X(t)$ съвпада с функцията на разпределение на броя познати многостени $F_Z(t)$ “
срещу хипотезата

H_1^F : „Функцията на разпределение на броя познати четириъгълници $F_X(t)$ е различна от функцията на разпределение на броя познати многостени $F_Z(t)$ “.

Да означим с p_k вероятността ученикът да е познал k на брой фигури. Функцията на разпределението за броя x познати фигури е $F_X(x) = \sum_{X_k < x} p_k$.

Попълваме

Таблица 9

Брой познати фигури	0	1	2	3	4	5	6
Преди обучението с ДГС Сам	6	1	1	2	4	5	18
След обучението с ДГС Сам	0	1	2	2	2	4	26
$F_Z(x)$	0,162	0,189	0,216	0,270	0,378	0,514	1
$F_Y(x)$	0	0,027	0,081	0,135	0,189	0,298	1
$ F_Z(x) - F_Y(x) $	0,162	0,162	0,135	0,135	0,189	0,216	0

С критерия на Колмогоров-Смирнов при ниво на съгласие 0,1% проверяваме хипотезата H_0^F срещу хипотезата H_1^F .

От таблица 9 намираме $D_{Z,Y} = \sup_x |F_Z(x) - F_Y(x)| = 0,216$ и пресмятаме

$$D = \sqrt{\frac{n \cdot n}{n + n}} D_{Z,Y} = \sqrt{\frac{37 \cdot 37}{37 + 37}} \cdot 0,216 = 0,93.$$

За стойността на разпределението на Колмогоров при ниво на съгласие 0,1% с помощта на Maple намираме $t_{0,001} = 1,95$. От неравенството $D = 0,93 < 1,95$ получаваме, че предположението за еднакви функции на разпределение при разпознаване на вида на четириъгълниците и вида на многостените не противоречи на резултатите от проведения тест. Следователно трябва да приемем за вярна хипотезата H_0^F и да отхвърлим хипотезата H_1^F с ниво на съгласие 0,1%. Така получаваме, че функциите на разпределение, които описват резултатите от тестовете за разпознаване на вида на четириъгълниците и на многостените, са еднакви.

От индивидуалните резултати на всеки един ученик е видно, че всеки от петокласниците, участващи в учебния процес, повишава нивото на знанията и дигиталните си компетенции в зависимост от интелектуалния си потенциал и вложения труд.

Динамичните чертежи и DGS Sam можете да изтеглите от следния адрес:

<http://azbuki.bg/editions/journals/mathinfo/contents/22-matematics/matharticles/1213-matematika-i-informatika-knizhka-3-godina-lvi-2016>

ЛИТЕРАТУРА

- Златанов, Б., Караибрямов, С. & Царева, Б. (2012). Върху нова функция в динамичния софтуер. *Практически семинар на проекта Fibonacci, Боровец 9 – 12.04.2012.*
- Златанов, Б., Караибрямов, С. & Царева, Б. (2012). Вертикална интеграция на обучението в средното училище и университета чрез проективни методи в динамична среда. *Математика плюс, 1*, 50 – 60.
- Karaibryamov, S., Tsareva, B. & Zlatanov, B. (2013). Optimization of the Courses in Geometry by the Usage of Dynamic Geometry Software Sam. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 7 (1), 22 – 51. ISSN 1933 – 2823.
- Царева, Б. & Тодорова, Р. (2013). Интерактивно изучаване на описани четириъгълници в динамична среда. *Математика и информатика, LVI* (2), 142 – 158.

CREATIVE ACTIVITY STIMULATION OF BILINGUAL STUDENTS BY DYNAMIC SOFTWARE

Abstract. Accounting for the specificity in teaching of romani students (insufficient knowledge of Bulgarian language, differentiation of the emotions as leading in knowledge formation), in the conditions of bilingual education the authors propose a support to the acquaintance with geometric figures applying dynamic geometric software. The approach is with already proved advantages in all stages of the mathematical education: saving of time for producing figures; increasing of student interest and activity during the educational process by the possibility of making experiments on figures; creation of a media to develop heuristic skills in teaching; support of creative activity.

✉ **Prof. Sava Grozdev, DSc**

Institute of Mathematics and Informatics – BAS
Acad. G. Bonchev Str., bl. 8
1113 Sofia, Bulgaria
E-mail: sava.grozdev@gmail.com

✉ **Dr. Diana Stefanova**

Mathematics teacher
Primary School “Nikola Vaptsarov”
116, Tsar Ivan Assen II Str.
4230 Assenovgrad, Bulgaria
E-mail: dianastefan@abv.bg

✉ **Kalina Vasileva**

Mathematics teacher
Primary School “Nikola Vaptsarov”
116, Tsar Ivan Assen II Str.
4230 Assenovgrad, Bulgaria
4230 kavigiva@abv.bg

✉ **Stanislava Koleva**

Mathematics teacher
Primary School „Dimitar Matevski”
6430 Merichleri, Bulgaria
E-mail: stanislava_koleva@abv.bg

✉ **Radka Todorova**

Mathematics teacher
High School “Hristo. Prodanov”
4300 Karlovo
E-mail: rad_tod@abv.bg