

РЕШАВАНЕ НА ЛИНЕЙНИ УРАВНЕНИЯ С EXCEL

Пламен Пенев

Резюме. В статията е предложен модел за решаване на линейни уравнения с помощта на Excel. Корените на уравненията се изчисляват въз основа на коефициенти, взети от линията на тренда. С несложни автоматизации се въвежда работа с обикновени дроби. Споделя се практически опит от използването на модела.

Keywords: problem solving; equation; numbers; tables; trendline; macros

Увод. Един от начините за повишаване ефективността на обучението по математика е използването на информационни технологии. За помощно средство обикновено се препоръчва GeoGebra. Без да отричаме достойнствата на геометричната част на GeoGebra, считаме, че за решаване на алгебрични задачи с ученици средата не е удобна. Липсата на междинни, „подкрепящи“ решението резултати поставя под съмнение афишираните възможности за „проучване, изследване, анализ и създаване на хипотези“. Освен това координатите на пресечните точки са десетични дроби – факт, който значително ограничава кръга на решаваните задачи. В другата крайност се намира широко рекламираното приложение за Android – Photomath, което „решава алгебрични задачи направо от учебника“. Като следствие от техническите видеоограничения при смартфоните тук липсва графичната част. Шокиращо е следното обявление, което четем в анотациите към програмата: „Фотомат“ е за ученици, които не обичат математика, и определено няма да се хареса на учителите“.

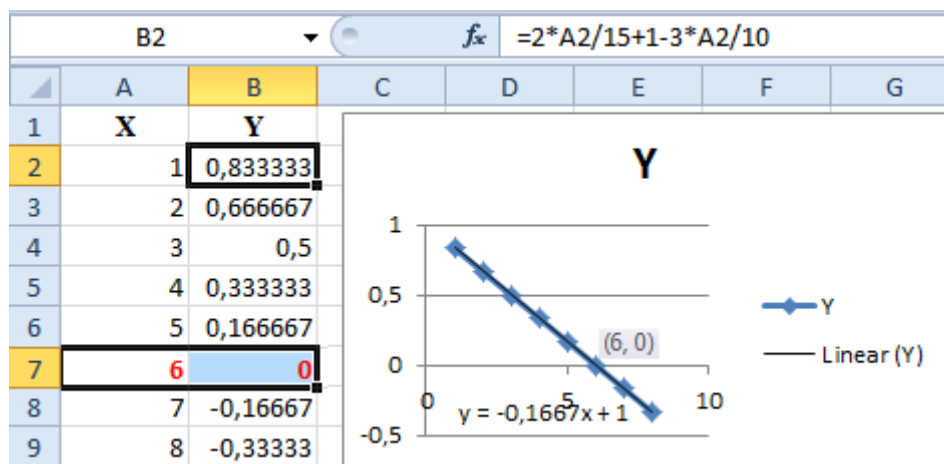
Днес в професионалната си дейност учителят разполага най-малко с проектор, компютър и програма, стара колкото самия компютър – Excel. Excel е втората по използваемост програма в света и се изучава в средното училище от V клас. Но за математически цели предимно се ползва като калкулатор с множество функции. По наше мнение с добавяне на несложни автоматизации Excel може да се превърне в надежден помощник на учителя при онагледяване процеса на решаване на алгебрична задача. В настоящата статия на базата на Excel построяваме модел за решаване на линейни уравнения – материал, който се изучава в VI и VII клас. В случай че занятията се провеждат в компютърен кабинет, моделът позволява на ученика да експериментира и лично да

се убеди в правилността на извършените действия; вкъщи, при писане на домашни замества учителя, служи за самоконтрол и получаване на самооценка.

Табличен метод

За таблично решаване на линейно уравнение от вида $cx + d = 0$ ($c \neq 0$) ще разгледаме по-общия случай – линейната функция $y = cx + d$ ($c \neq 0$). Преместваме всички членове на уравнението в едната страна и приравняваме получения израз на нула. Разполагаме последователни стойности на x ($x \in \mathbb{Z}$) в една колонка, в съседна – изчислените стойности на функцията y и търсим тази стойност на x , за която функцията се анулира.

Задача 1. Да се реши уравнението: $\frac{2x}{15} + 1 = \frac{3x}{10}$.



Фигура 1

Формули

В колонка A въвеждаме изброени стойности за x .

В клетка B2 превеждаме уравнението от математически на компютърен език (Excel):

$B2 \leftarrow =2*A2/15+1-3*A2/10$

$B3 \dots B9 \leftarrow \text{Сору от } B2$

Намираме $x = 6$.

Очевидни са недостатъците на чисто табличния метод.

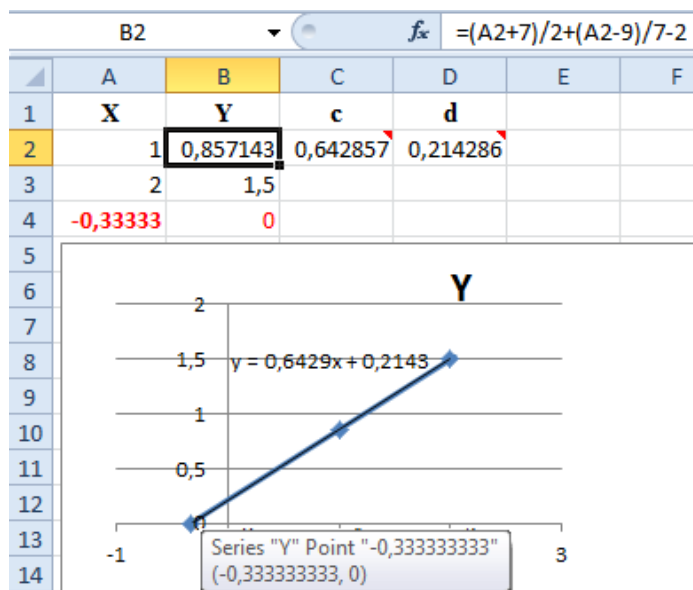
1. Неизвестната величина се въвежда като адрес на клетка.
2. Понякога се налага предефиниране на интервала за x .
3. Методът работи само ако коренът е цяло число.

4. Коефициентите в основния (опростен) вид на уравнението в тренда са десетични дробни.

Подробно ще се спрем на възможностите за отстраняване на посочените недостатъци.

Строго погледнато, за построяване на линейната функция са достатъчни две стойности на x от множеството на рационалните числа. Значението на x , за което функцията се анулира, може да се получи от аналитичния вид на тренда. В Excel този вид се осигурява от две функции: Slope, която връща коефициента c (наклон на линията) и Intercept – съответно свободния член d . Неизвестната величина се намираме, като разделим $-d$ на c .

Задача 2. Да се реши уравнението: $\frac{x+7}{2} + \frac{x-9}{7} = 2$.



Фигура 2

Допълнителни формули:

C2 $\leftarrow$ Slope (B2..B4; A2..A4)

D2 $\leftarrow$ Intercept (B2..B4; A2..A4)

A4 $\leftarrow$ -D2/C2

Забелязваме, че с по-малко входни данни получаваме по-добри резултати: интервали не са необходими, коефициентите са десетични дробни, а коренът – безкрайна периодична дроб.

Таблица плюс макрос

За по-нататъшна автоматизация използваме вграждения в Excel език за програмиране VBA (Visual Basic for Applications). Настройката и автоматизацията на таблицата са добро упражнение по програмиране за ученици, изучаващи информатика в IX и X клас. Затова ще дадем разяснения и върху използвания програмен код.

Въвеждане на уравнение в оригинален вид:

```
IfInStr(Range(„B2“).Formula, „A2“) = „0“ Then  
Range(„B2“).Value = Replace(Range(„B2“).Value, „x“, „a2“)  
Range(„B2“).Value = „=“ & Range(„B2“).Value  
EndIf
```

Replace замества x с адрес на работна клетка A2, а добавянето на знак „=“ изчислява клетката по зададената формула. С втори Replace можем да закодираме всяка друга буква, съдържаща неизвестно.

За останалите извършени дотук ръчни операции:

Копиране на формулата от клетка B2 в клетки B2..B4:

```
Range(„B2“).Select  
Selection.AutoFillDestination:=Range(„B2:B4“), Type:=xlFillID e fault
```

Автоматично въвеждане на Slope и Intercept съответно в клетки C2 и D2:

```
Range(„C2“). Select  
ActiveCell.FormulaR1C1 = „=SLOPE(RC[-1]:R[2]C[-1],RC[-2]:R[2]  
C[-2])“
```

```
Range(„D2“). Select  
ActiveCell.FormulaR1C1 = „=INTERCEPT(RC[-2]:R[2]C[-2],RC[-  
3]:R[2]C[-3])“
```

Автоматично изчисляване на x в клетка A4 ($x = -d/c$).

```
Range(„A4“) = -Range(„D2“)/Range(„C2“)
```

Автоматично изчертаване линията на тренда от зона A1..B4.

```
Range(„A1:B4“). Select  
ActiveSheet.Shapes.AddChart. Select  
ActiveChart.ChartType = xlXYScatterSmooth  
ActiveChart.SetSourceDataSource:=Range(„Sheet1!$A$1:$B$4“)  
ActiveChart.SeriesCollection(1). Select  
ActiveChart.SeriesCollection(1).Trendlines.Add  
ActiveChart.SeriesCollection(1).Trendlines(1).Select
```

Показване на графичния вид на тренда:

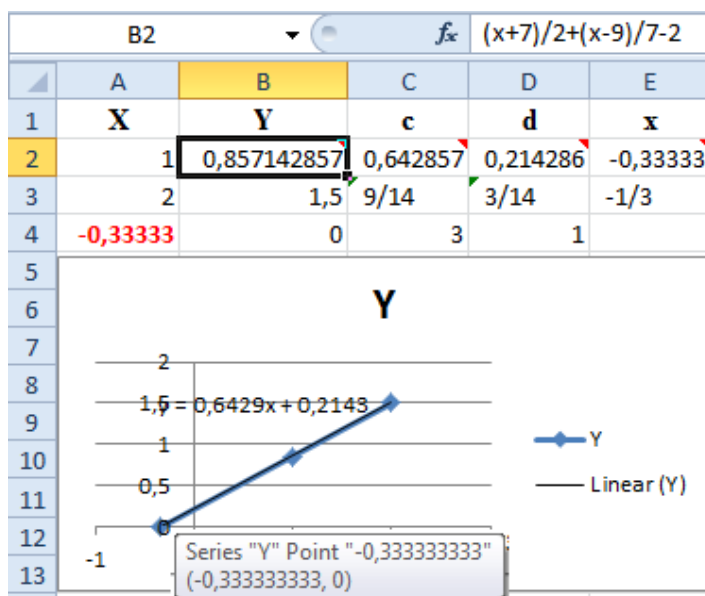
```
Selection. DisplayEquation = True
```

Запомнянето на инструкциите в макрос, както и тяхното редактиране, се извършва в менюто View – Macros. Стартирането на макроса (Ctrl+r) осигурява същия резултат от фиг. 2, но само с едно въвеждане на оригиналното условие в клетка B2.

VBA помага и за запазване на обикновените дроби в основния вид на уравнението и в корена. За преобразуване на десетична дроб в обикновена тук се придържаме към следния прост алгоритъм: в двоен цикъл по i и j (например от 1 до 50), всички възможни отношения на i и j се сравняват с абсолютните стойности, върнати от Slope и Intercept. Вземат се тези отношения, които се доближават най-плътено до тях. Ако е възможно, коефициентите c и d допълнително се съкращават на НОД, намерен по алгоритъма на Евклид:

```
Sub Evklid(a, b)      'a и b са естествени числа
Do While (a <> b)
If a > b Then a = a - b
If b > a Then b = b - a
Loop
EndSub
```

Решението на зад. 2 сега изглежда по следния начин:



Фигура 3

Можем да запишем точния резултат:

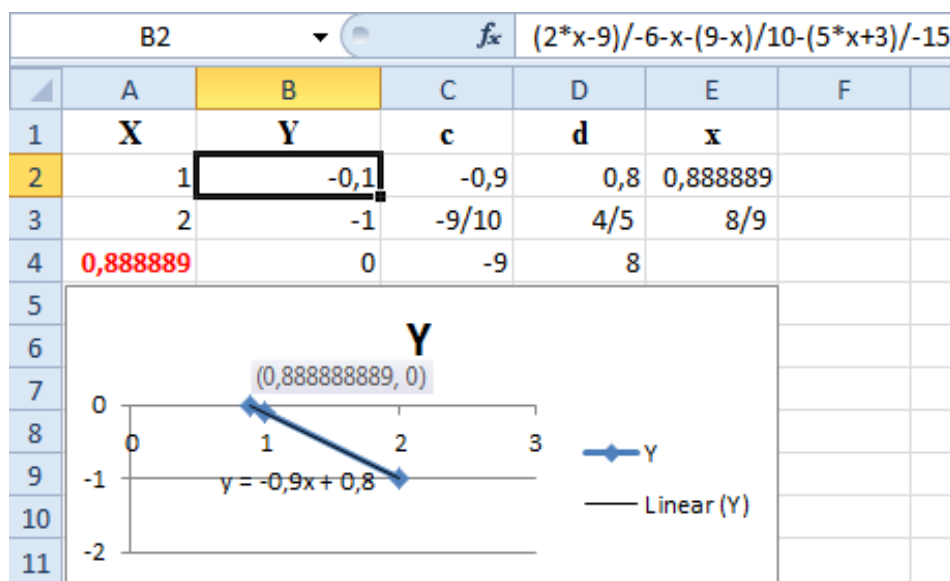
Опростен вид на уравнението от тренда: $\frac{9}{14}x + \frac{3}{14} = 0$.

Основен вид, получен след допълнително съкращаване: $3x + 1 = 0$.

Отговор: $x = -\frac{1}{3}$.

За машинното решение сложността на израза е без значение.

Задача 3. Да се реши уравнението: $\frac{2x-9}{-6} - x = \frac{9-x}{10} + \frac{5x+3}{-15}$.



Фигура 4

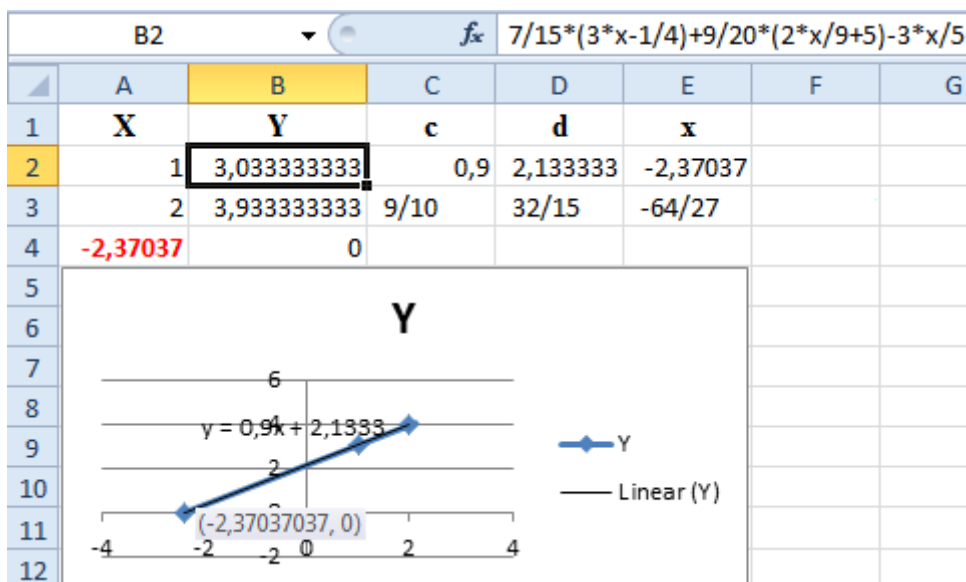
Резултати

Опростен вид на уравнението от тренда: $-\frac{9}{10}x + \frac{4}{5} = 0$.

Основен вид, получен след допълнително съкращаване: $-9x + 8 = 0$.

Отговор: $x = \frac{8}{9}$.

Задача 4. Да се реши уравнението: $\frac{7}{15}(3x - \frac{1}{4}) + \frac{9}{20}(\frac{2x}{9} + 5) = \frac{3x}{5}$.



Фигура 5

Резултати

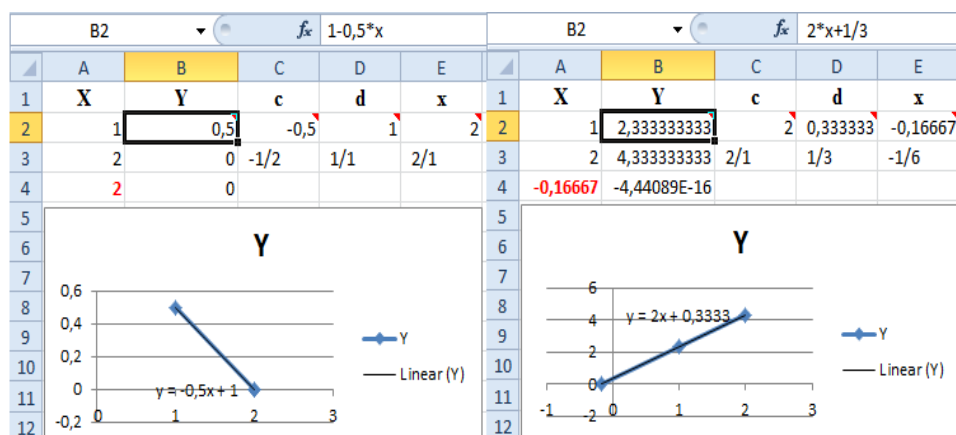
Опростен вид на уравнението от тренда: $\frac{9}{10}x + \frac{32}{15} = 0$.

Отговор: $x = -\frac{64}{27} = -2\frac{10}{27}$.

Решаване на уравнение от вида $(ax+b)(cx+d) = 0$ ($a \neq 0$ и $c \neq 0$)

Произведението на два или повече множителя е равно на нула, когато поне един от тях е равен на нула. Разделяме задачата на две линейни уравнения, които решаваме поотделно. Накрая обединяваме получените решения:

Задача 5. Да се реши уравнението: $(1 - 0,5x)(2x + \frac{1}{3})$



Фигура 6

В случая и двата множителя са в основен вид – факт, който се потвърждава от резултатите.

От тренда: $-x + 1 = 0$.

От тренда: $2x + \frac{1}{3} = 0$.

Отговор: $x_1 = 2$ и $x_2 = -\frac{1}{6}$.

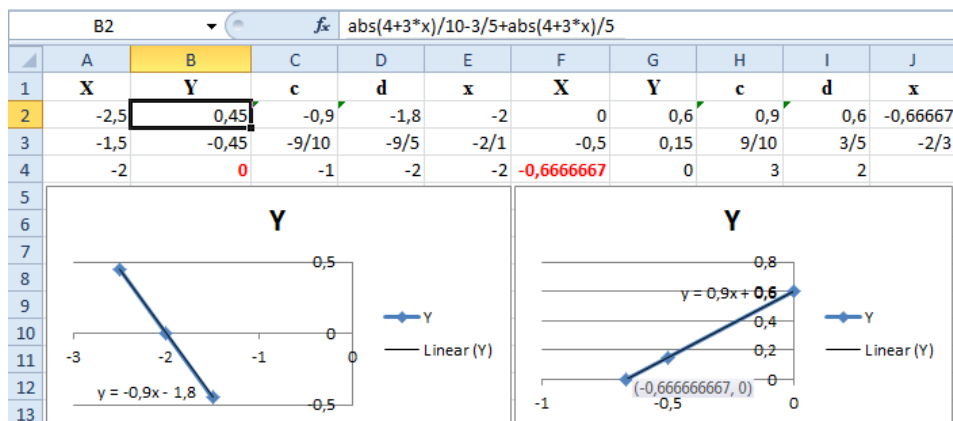
Решаване на модулни линейни уравнения от вида $|cx + d| = m$ ($m > 0$ и $c \neq 0$).

Уравнение от този вид има два корена. Графиката му представлява два лъча, които пресичат абсцисата в две точки. X координатите на тези точки можем да намерим, като изследваме функцията за анулиране при изменение на независимата променлива в зададен интервал. За практически цели подходящ се оказва интервал от -50 до 50 със стъпка на изменение $0,5$. $n = 20$ 'n може да се вземе и от клетка For i = -n to n step 0.5 do

Всяка стойност на i замества x в условието на уравнението и ако открием 0 или смяна на знака на функцията, текущото и предишното значение на i се запомнят в клетки A2 и A3. Тогава Slope и Intercept сработват по същия начин както в по-горе решените задачи. Коренът се получава автоматично в A4. Цикълът приключва след регистриране на втора x координата.

Next

Задача 6. Да се реши уравнението: $\frac{|4 + 3x|}{10} = \frac{3}{5} - \frac{|4 + 3x|}{5}$.



Фигура 7

Резултати

От тренда на левия лъч: $-\frac{9}{10}x + \frac{9}{5} = 0$.

Основен вид: $-x - 2 = 0$.

Отговор: $x_1 = -2$

От тренда на десния лъч: $\frac{9}{10}x + \frac{3}{5} = 0$.

Основен вид: $3x + 2 = 0$.

Отговор: $x_2 = -\frac{2}{3}$.

Заклучение

Пред компютър ученикът се преобразява. Въпрос на престиж е получаването на верен отговор. Работата с модела не изключва водене на записки в тетрадка. Първоначално Ексел е забранен и задачата се решава писмено. След изтичане на контролно време Ексел се отключва и извършва проверка. Ученикът има възможност да експериментира и да поправи допуснатите грешки. По този сценарий технологията беше използвана в VII клас, в СУ „П. Волов“ – Шумен. При всички случаи беше забелязан повишен интерес към изучавания материал.

REFERENCES/ЛИТЕРАТУРА

- Bizova-Laleva, V. (2012). Parametri, tablici I dinamiczni grafiki. *Mathematics and Informatics*, 55 (6), 549 – 561. [Бизова-Лалева, В. (2012). Параметри, таблици и динамични графики. *Математика и информатика*, 55 (6) , 549 – 561.]
- Grozdev, S. & D. Dekov (2013). Mathematics with Computer. *Mathematics and Informatics*, 56 (2), 123 – 132. [Гроздев, С. & Д. Деков (2013). Математика с компютър. *Математика и информатика*, 56 (2), 123 – 132.]
- Grozdev, S. & D. Dekov (2013). Ekstremalni zadachi v srednoto uchilishte s pomoshta na komputerni tablici. *Mathematics and Informatics*, 56 (4), 351 – 367. [Гроздев, С. & Д. Деков (2013). Екстремални задачи в средното училище с помощта на компютърни таблици. *Математика и информатика*, 56 (4), 351 – 367.]
- Penev, P. & D. Stefanova (2015). Samostojatelno reshavane na zadachi s Excel. *Mathematics and Informatics*, 58 (2), 149 – 156 [Пенев, П. & Д. Стефанова (2015). Самостоятелно решаване на задачи с Excel. *Математика и информатика*, 58 (2), 149 – 156.]
- Rangelova, P., K. Bekriev, L. Dilkina & N. Ivanova (1999). *Sbornik po matematika 7 klas*. Plovdiv: Letera. [Рангелова, П., К. Бекриев, Л. Дилкина & Н. Иванова (1999). *Сборник по математика VII клас*. Пловдив: Летера.]

SOLVING LINEAR EQUATIONS WITH EXCEL

Abstract. A model is proposed in the paper to solve linear equations with the help of Excel. The solutions of the equations are found on the base of coefficients from the trend line. Work with ordinary fractions is introduced by not complicated automations. A practical experience of the model application is shared.

✉ **Mr. Plamen Penev**
Teacher in Informatics
100, Saedinenie St.
Shumen, Bulgaria
E-mail: plampenev@abv.bg