

ПЪРВИЯТ БЪЛГАРСКИ УЧЕБНИК ПО ТЕОРИЯ НА ВЕРОЯТНОСТИТЕ

Пламен Матеев

Резюме. Целта на статията е да запознае читателя с първия учебник по теория на вероятностите за средното училище на български език, издаден през 1890 г. Представено е накратко съдържанието му, което може да послужи за сравнение със сегашното състояние на образованието по стохастика у нас.

Keywords: statistical education, history of mathematics

Точно преди 300 години на бял свят се появява *Ars Conjectandi* на Яков Бернули (Bernoulli, 1713), една от най-значимите за развитието на науката книги. Няма съмнение, че тази годишнина е определяща за обявяването на 2013 г. за Международна година на статистиката във века на стохастиката, последвал вероятностната революция на XX век. Началото на статистиката в Третата българска държава виждаме през 1881 г. в първото преброяване на населението, което е организирано от Михаил Сарафов, завършил Математическия факултет на Мюнхенската политехника. През 1880 – 1881 г. Сарафов е министър на народното просвещение и идеята му за създаване на Висше училище в София се реализира през 1888 г. Една година по-късно е формиран вторият факултет – „Физико-математическият“. Един от „главните“ предмети на специалността „Математика“ е „Теория на вероятностите и метод на най-малките квадрати“. Скоро след това се образува „Юридически факултет“, в чийто „Стопански отдел“ се изучава „Статистика“. Какво се е изучавало, какво е било съдържанието на тези предмети, можем да гадаем по запазените учебници и друга литература в библиотеката на Математическия институт (Шоурек, 1912). Измежду тях е и първият ни известен учебник на български език по теория на



Фиг. 1. Корицата на учебника

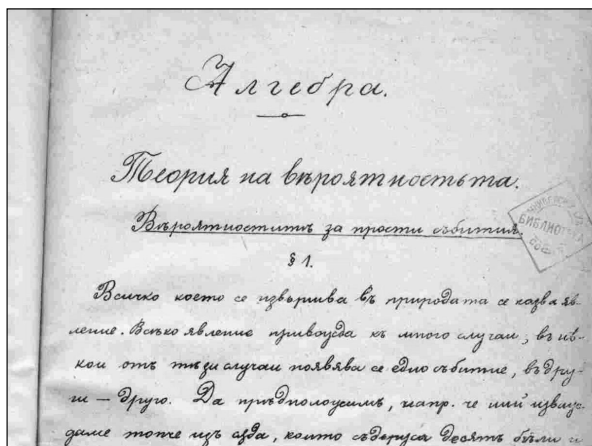
вероятностите (Стоянов, 1978). Учебникът (Балтаджиев, 1890) е издаден в Пловдив през 1890 г. Автор е учителят от Държавната реална гимназия „Александър I“ Христо Д. Балтаджиев. Предназначена е за учениците от VII клас (последен гимназиален, който отговаря на съвременния 11 клас). Причината да предложим толкова подробно разглеждане на първия учебник по вероятности е едно сравнение със състоянието на съвременното учебно съдържание по математика.

Учебникът съдържа 59 страници калиграфски ръкописен текст в размер 15.8 на 23.8 см (близо до съвременния формат A5). Корицата (фиг. 1) е украсена с мотиви, напомнящи народна шевица. Допълнителна информация от корицата е, че учебникът е личното копие на Антони Шоурек. Той е един от чехите, които пристигат в България през 1880 г., веднага след дипломирането си като учител по геометрия и ръчен труд (Табаков, 1987). Една година учителства в Сливенската гимназия, след което девет години преподава в Пловдивската реална гимназия. Можем да предполагаме, че именно той е подбудител в подготовката и изработката на учебното помагало, преди да стане извънреден професор във Висшето училище. Възможно е и той да е разпространителят в Пловдивската гимназия на използваната литографска техника – ръкописно писмо върху метален лист.

В следващите редове ще проследим съдържанието на учебника. Първата страница (фиг. 2) показва, че „Теория на вероятността“ е част от предмета „Алгебра“. Тази традиция се запазва и проявява и в първия университетски учебник на Н. Обрешков (1935) по вероятности, който е част от Висша алгебра, том 2, 1935. Следва заглавието на първата от десетте именувани части, в които са разпределени 38-те параграфа. Както се вижда, заглавията на частите са отделени от останалия текст и са подчертани.

По-нататък е, повече или по-малко, подробното описание на съдържанието им. Заглавията на десетте части са:

- Вероятностите за прости събития
- Принцип на сложното събитие
- Принцип на взаимно изключващите се причини
- Вероятност, изчислена от наблюденията



Фиг. 2. Първата страница

- Вероятността на бъдещо събитие, изчислено от наблюденията
- За употреблението на вероятността. За математическата надежда
- За игрите изобщи
- За осигуряването на животът
- Осигуряване на капиталите
- Осигуряване на доходите

Ще ги използваме като заглавия на следващите секции.

Вероятностите за прости събития.

Първата част е най-голямата по обем – 16 страници, разделени в осем параграфа от §1 до §8. Преди всичко се определя кои събития са случайни. Обсъждат се явления, при които е известно какво ще се случи – например „свободно падащо тяло“, защото са ни известни силите, които му действат. Но също и че има множество явления, за които причините са ни неизвестни и ги наричаме „непостоянни явления“, а резултатът е „случайни събития“. Примери за такива са както изваждането на топка от съд с 10 бели и 2 черни топки, но и „събития от социалния свят като: пожар, престъпление, смъртност, раждаемост, печалби, загуби, намаление или повишение курса на ценни книжа и много други“. Обсъждането продължава с определяне на по-вероятно събитие, за което действат повече „постоянни“ причини на фона на „променливите“. Постоянните причини са броят на топките в съда, променливите са разположението им и движението на ръката. Друг пример е предсказване на температурата в определен момент след година – променливите величини са вятър, влажност, налягане, а постоянните са слънчевата топлина и географско положение, релеф. Все пак определението на вероятността като отношението брой на благоприятните случаи към брой на всички възможни случаи се извежда върху примера със съда с топки. Следва извод на вероятността на невъзможното и достоверното събитие и че сумата от вероятностите на система от взаимно изключващи се и изчерпващи събития е единица. Това е съдържанието на първите два параграфа.

В следващите страници се решават няколко задачи, от по-прости към по-сложни. Ще приведем условията:

1. В съд има a бели, b черни и c червени топчета. Каква е вероятността да извадим бяло топче?

2. От съд, в който има m бели и n черни топчета, изваждаме k топчета. Каква е вероятността извадените k топчета да са бели?

3. От съд, в който има m бели и n черни топчета, изваждаме две топчета. Каква е вероятността за: 1) две бели топчета; 2) първо бяло, после черно топче; 3) първо черно, после бяло топче; 4) две черни топчета?

4. Изваждаме последователно две карти от „пълно тесте“ (52 карти – 4 цвята и 13 големина). Каква е вероятността на събитията: 1) двете карти са с еднаква големина; 2) първата карта е по-голяма от втората; 3) първата карта е по-малка от втората?

5. От съд, в който има m бели и n черни топчета, изваждаме топче и го слагаме в съд, в който има m' бели и n' черни топчета. Изваждаме топче от втория съд. Каква е вероятността то да е бяло?

6. Разделяме отсечка AB на три произволни (случайни) части. Каква е вероятността от тези части да може да се състави триъгълник?

Първата задача се решава директно. Задачите от 2 до 4 са решавани с използване на формули за съединения – комбинации и вариации, като последната се решава в общия случай – n големина и m карти от всяка големина и в решението се замества с $n = 13$ и $m = 4$. Петата се решава с формулата за пълна вероятност без явното ѝ използване. Шестата „се решава по способа на пределите, т.е. преминаване от крайни числа към безкрайно големи“ – задачата се преформулира, като върху отсечката избираме случайно две точки от $2n$ възможни и след това за решението се определя границата при n , клонящо към безкрайност. Така се заобикалят подводните камъни на геометричната вероятност и безкрайно многото благоприятни и безкрайно многото възможни случаи.

Принцип на сложното събитие.

В тази част върху осем страници и половина и пет параграфа (от §9 до §13) се извеждат и обсъждат формулите за произведение на вероятностите, илюстрирани с прости примери за два съда с топки. Сложно събитие се определя като „едновременно появяване на няколко прости събития“. Вероятността на сложното се изразява като произведение на вероятностите на съставните събития, ако те са независими, т.е. не зависят едно от друго. По същия начин, ако събитията зависят едно от друго, вероятността на съставното събитие е произведението от вероятностите: вероятността на първото събитие, разглеждано като независимо, по вероятността на второто, „изчислена в предположение, че първото вече се е случило“, по вероятността на третото, изчислена в предположение, че първите две събития са се случили, и т.н. С други думи, на съвременен език, въвеждат се понятията независимост и условна вероятност и формулата за произведение на вероятности.

Принцип на взаимно изключващите ся причини.

Третата част е от 12 страници, разделени в шест параграфа (от §14 до §20). Както може да се предполага от заглавието, тук се разглежда система от изчерпващи и непресичащи се множества от елементарни събития, наречени „причини“, съответстващи на сегашните „хипотези“. След извеждането на формулата за пълната вероятност се показва приложението ѝ при решаване на задача 5 от първата част. Следва съображение, че сумата от вероятностите на причините е единица, и илюстрация на определянето на вероятността на събитие, като се ползва вероятността на допълнението му. В последните два параграфа се извежда формулата на Бейс („теорема на Вейса“). Интересно е да се отбележи използването на главна сигма като символ за сумиране.

Вероятност, изчислена от наблюденията.

Тук върху две страници, в един параграф, се решава задачата за пресмятане на вероятността на събитие B , след като е известно, че е настъпило събитие A . Предлага се във формулата за пълната вероятност на събитието B вместо вероятностите *a priori* на причините да се използват вероятностите *a posteriori* на причините, пресметнати при условие събитието A . Трябва да отбележим, че предложеното решение е коректно само ако двете събития – A и B , са условно независими, като условието е една от причините, и това е изпълнено за всяка една от причините.

Вероятността на бъдещо събитие, изчислено от наблюденията.

Подобно на предходната част и по заглавие, и по обем, в тази част се извежда известната ни като определение формула за условната вероятност

$$P(B|A) = P(A \cap B) / P(A),$$

т.е. условната вероятност на събитие B е отношението на вероятността на сечението на събитието B с условието A към вероятността на условието A .

За употреблението на вероятността. За математическата надежда.

В тази част също от един параграф върху една страница се определя вероятна печалба като „математическа надежда на печалбата“, равна на произведението на стойността на евентуална печалба по вероятността за получаването ѝ. Доводът е, че вероятната печалба се отнася към евентуалната (сигурна) печалба, както вероятността за печалбата към 1 (вероятността на сигурно събитие).

За игрите изобщо.

Върху пет страници и четири параграфа (от §24 до §27) се въвежда обобщено понятие за игра: „Под думата игра разбираме всичките онези предприятия, в които с малко участие искаме да спечелим много. Към такива предприятия се отнасят разни лотарии, игри с топчета (кегли) или зарове (табла), книги, усигуряване на животът, на капиталът или доходите и др., [в които] играчът или купувачът взима за известно количество пари известна надежда, че при случай ще изиграе или спечели определена премия“. Приведохме целия пасаж, за да стане ясно, че става дума за стохастична игра, чийто резултат зависи от случая и която е справедлива за играчите, ако залогът е равен на „математическата надежда“. Понятието „случайна величина“ не се ползва, но „средната печалба“, наричана още „средна математическа надежда“, определя дали предприятието е „износно“, „неизносно“ или играта „безобидна“. Естествено, определя се, че ставките в играта са пропорционални на вероятността за печалба и се определят от „математическата надежда“.

Тази част е прелюдия към следващите три, в които се обсъжда пресмятането на жизненоважните доживотни осигуровки. Естествено, при пресмятанията се ползват таблици за смъртността, каквито „имаме на стр. 154 на А. В. Шоурекови логаритм. таблици“.

За усигуряването на животът.

В тази част от пет параграфа (от §28 до §32) и четири страници се решават задачи за вероятност на преживяване на едно лице дадено количество години след навършване на определена възраст. Решава се и задачата за намиране на „сложната вероятност“ за преживяване на две лица заедно известно време. С тези вероятности работят „особени дружества“, които „едва недавна захванаха да усигуряват живота на хората“.

Усигуряване на капиталите.

Под това заглавие (§33 и §34 на три и половина страници) се решават задачите:

- 1) Каква сума трябва да внесе лице на възраст n години срещу капитал от K лева, платим след v години, при условие че вносителят е доживял до възрастта $n+v$ години?
- 2) Каква сума трябва да внася в началото на всяка година лице на възраст n години срещу капитал от K лева, платим след v години, при условие че вносителят е доживял до възрастта $n+v$ години?

Усигуряване на доходите.

В последната част на четири страници и четири параграфа (§35 – §38), се решават варианти на задачата за пожизнена рента:

- 1) „Някой си иска да си осигури един доход от R лева, за докато е жив. Колко трябва да заплати сега на банката, за да получава този доход всяка година?“
- 2) Колко трябва да внесе едно лице в банката, за да получава годишен доход в продължение на r години?
- 3) По колко трябва да внасяме всяка година в банката в продължение на r години, за да ползваме след това един ежегоден доход от K лева, докато сме живи?
- 4) По колко трябва да внасяме всяка година в банката в продължение на r години, за да ползваме след това един ежегоден доход от K лева в продължение на p години?

Всички задачи за „усигуряване“ са решени в общия случай и са илюстрирани с конкретни примери.

Заклучителни думи.

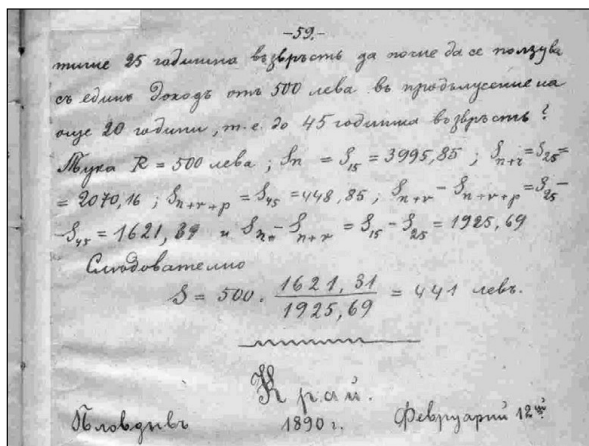
Така (фиг. 3) завършва учебникът за учениците от Реалната гимназия в Пловдив в новата Българска държава. Авторът Христо Д. Балтаджиев е добавил след мястото и датата 12 февруари 1890 г. на завършека на своето дело.

В резюме, учебното съдържание на учебника може да се представи в три посоки. Първата е посветена на пресмятане на вероятности и включва определение на така наречената класическа вероятност, независимост и условна вероятност, формула за произведение на вероятностите, формула на пълната вероятност и формулата на Бейс. Втората е насочена към приложения и включва понятията математическо очакване, средна стойност и емпирична вероятност, както и връзката им със стохастичните игри. Третата включва елементи от актюерната математика, свързани с пожизнени плащания.

Съвременното състояние на преподаването на стохастиката е на съвсем друг етап, но определенияте в учебника на Хр. Балтаджиев рамки следва да служат като ориентир при определяне на необходимата достатъчност от знания в областта на стохастиката, определящи количествената грамотност на информирания гражданин. Нека не забравяме и че (Митев, 2011) възможността за решаване на задачи за определяне на вероятност, съответно пресмятане на риск, дава в перспектива еволюционни предимства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bernoulli, J. (1713). *Ars Conjectandi*, (opus posthumum) Paris IV, Basel. Българ. превод Б. Пенков в Пенков, Б. (ред. и съст.) (1982). *Бернули, Лаплас, Колмогоров, Вероятности*. София: НИ.
2. Балтаджиев, Хр. Д. (1890). *Кратка теория на вероятността*. Пловдив.
3. Обрешков, Н. (1935). *Висша алгебра, том II, Теория на алгебричните числа. Комбинаторика. Теория на вероятностите и приложения в статистиката*. УБ. №163.
4. Табаков, Д. (1987). Антон Шоурек, в Сб. *Български математици* (ред. Чобанов, И., П. Русев), София: Народна просвета.



Фиг. 3. Последна страница

БЕЛЕЖКИ

1. Митев, Й. (2011). (личен разговор).
2. Стоянов, Й. (1978). Литературата по стохастика и нейните приложения, издадена в България през периода 1944 – 1973 г. *Национален семинар по стохастика към СМБ*. София: СМБ.
3. Шоурек, А. В., (1913). *Каталог на книгите в Математическия институт на Софийския университет*.

Пламен Матеев

✉ доцент, доктор
Статистическа лаборатория
Катедра „Вероятности, изследване на операциите и статистика“
Факултет по математика и информатика
Софийски университет „Св. Климент Охридски“
Лаборатория за цифровизация на научно и културно наследство
Секция „Информационни системи“
Институт по математика и информатика – БАН
E-mail: p.mateev@gmail.com

THE FIRST BULGARIAN TEXTBOOK ON PROBABILITY THEORY

Abstract. The purpose of this article is to acquaint the reader with the first textbook on probability theory for the secondary school in Bulgarian released in 1890. Its content is presented in brief and it could be compared with the current state of stochastic education in our country.

Plamen Mateev

✉ Associate Professor, Ph.D.
Statistical Laboratory
Department of Probability, Operations research and Statistics
Faculty of Mathematics and Informatics
Sofia University „St. Kliment Ohridski“
Laboratory for the digitization of scientific and cultural heritage
Section of Information Systems
Institute of Mathematics and Informatics – BAS
E-mail: p.mateev@gmail.com