

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РЕГАТЫ

Александр Блинков

Резюме. Сфер реальной человеческой деятельности требует успешной работы “в команде”: совместного планирования работы; разделения труда, обсуждения проблемных моментов, и тому подобное. Ряд командных математических соревнований для школьников дает возможность смоделировать эту деятельность. В данной статье рассматривается пример русского командного соревнования – математические регаты.

Keywords: team competition, round, mathematical problem, problem solving, solution

Во всем мире в последнее время существует тенденция широкого применения групповых форм работы при обучении. В связи с этим растет популярность разнообразных командных математических олимпиад. В России эта тенденция наметилась давно, в частности, очень популярны турниры математических боев, в которых соревнуются команды городов, школ, математических кружков. Тяга к подобным соревнованиям вполне объяснима: процесс совместного решения математических задач членами одной команды дает возможность каждому из них показать свои наиболее сильные стороны, учит взаимодействию, повышает ответственность каждого за общий результат, усиливает образовательный эффект за счет обучения друг друга.

Математические регаты – сравнительно новая форма математических соревнований школьников. Тем не менее, со дня проведения первой Московской регаты прошло уже более пятнадцати лет: За это время многократно совершенствовались правила, менялись места проведения регат, но самое главное – неизмеримо выросла их популярность.

Регаты – это массовое командное математическое соревнование, проходящее в увлекательной и динамичной форме, напоминающей соревнования гребцов или яхтсменов. Особая привлекательность математических регат состоит в том, что они имеют ярко выраженную учебную направленность, так как решение школьниками задач, разбор различных способов их решений, апелляции, подведение итогов и награждение призеров – все это происходит в один день, в течение 3 – 4 часов. Уместно провести следующую аналогию: математические регаты соотносятся с традиционными, “большими” математическими олимпиадами, как “быстрые” шахматы с классическими!

В настоящий момент в Москве ежегодно проводится пять регат (по одной для каждой параллели с 7 по 11 класс). В каждой из них участвует от 70 до 90 команд, причем некоторые команды специально приезжают из других городов России. Для проведения регаты на такое количество команд требуется большое помещение, поэтому уже более десяти лет они проходят в Большом зале Московского городского дворца детского (юношеского) творчества.

Первые математические регаты готовились и проводились исключительно силами энтузиастов – учителей математики. На данный момент регаты проходят при финансовой поддержке Департамента Образования Москвы, а их организационную и техническую поддержку осуществляет Московский центр непрерывного математического образования. При этом сохранилась важнейшая особенность регат – их “открытость” как для школьников (для участия достаточно лишь вовремя подать заявку), так и для их преподавателей математики (любой из учителей имеет право участвовать как в подборе задач, так и в работе жюри).

Правила математической регаты и технология ее проведения

1. В математической регате участвуют *команды учащихся одной параллели*. В составе каждой команды – 4 человека. Участие неполных команд согласовывается с организаторами перед началом регаты. Если школа (город, кружок) представлены на регате несколькими командами, то к названию команды добавляется буквенный индекс. В виде исключения допускается участие сборных команд, название которых сообщается организаторам заранее, и команд, составленных из школьников более младшей параллели.

2. Соревнование проводится в *четыре тура* (для учащихся 7 – 8 классов) или в *пять туров* (для учащихся 9 – 11 классов). Каждый тур представляет собой коллективное письменное решение *трех* задач. Любая задача оформляется и сдается в жюри на отдельном листе. Эти *листы раздаются* командам перед началом каждого тура. На каждом таком листе указаны: номер тура, “ценность” задач этого тура в баллах, время, отведенное командам для решения, *двойной индекс задачи и ее условие*. Получив листы с заданиями, команда *вписывает* на каждый из листов *свое название*, а затем приступает к решению задач. Каждая команда имеет право сдать *только по одному* варианту решения каждой из задач, *не подписанные работы – не проверяются*. Использование какой-либо математической литературы или калькуляторов *запрещено*. Мобильные телефоны и аналогичные электронные устройства должны быть *отключены*.

3. Проведением регаты руководит *группа координаторов*. Представители этой группы организуют раздачу заданий и сбор листов с решениями; отвечают

на вопросы по условиям задач; проводят разбор задач и демонстрируют итоги проверки.

4. *Проверка решений* осуществляется жюри после окончания каждого тура. Жюри состоит из трех комиссий, специализирующихся на проверке задач №1, №2 и №3 каждого тура. *Критерии проверки* каждая комиссия вырабатывает самостоятельно. В каждой комиссии выделяется *ответственный член жюри*, организующий работу этой комиссии. Он полномочен принимать окончательные решения в спорных ситуациях.

5. *Разбор задач* для учащихся осуществляется параллельно с проверкой. Итоги проверки объявляются только после окончания этого разбора. После объявления итогов тура, команды, не согласные с тем, как оценены их решения, имеют право подать заявки на апелляции. В случае получения такой заявки, комиссия проверявшая решение, осуществляет повторную проверку, после которой может изменить свою оценку. Если оценка не изменена, то сам процесс апелляции эта же комиссия осуществляет после окончания всех туров регаты, но до окончательного подведения итогов. *В результате любой апелляции оценка решения может быть как повышена, так и понижена, или же оставлена без изменения.* В спорных случаях окончательное решение об итогах проверки принимает председатель жюри.

6. Команды – *победители и призеры регаты* определяются по сумме баллов, набранных каждой командой во всех турах. Награждение победителей и призеров происходит сразу после подведения итогов регаты. Команды могут покинуть свои места только после объявления организаторов об окончании регаты.

Приведенные правила дают основное представление о том, как проходит регата. Имеет смысл добавить, что все команды и члены жюри находятся в одном помещении. Столы в этом помещении расставляются так, чтобы каждая команда сидела за отдельным столом, и учащиеся могли вести обсуждение, не мешая другим командам. Рассадка команд производится в соответствии с заранее заготовленными и расставленными на столах табличками с названиями команд, причем столы команд из одной школы не располагаются рядом. Члены жюри размещаются компактно (на некотором расстоянии от столов школьников), но для работы каждой из трех комиссий выделяются отдельные места. Разбор задач и результаты проверки синхронно демонстрируются на четырех экранах.

Жюри состоит большей частью из преподавателей участвующих школ и студентов математических факультетов вузов. В каждую комиссию жюри входят, как правило, 10 – 12 человек. Возглавляет комиссию один из тех, кто готовил тексты решений. Председателем жюри является один авторитетных членов жюри (по предварительной договоренности).

Численность группы координаторов колеблется от 10 до 15 человек. Часть из них выполняет роль “ласточек”, то есть раздает задания, собирает решения, следит за порядком. Два человека сидят за компьютерами. Один из них отвечает за демонстрацию решений, а другой ведет электронный протокол.

Обязанности основного ведущего регаты берет на себя один из организаторов, принимавших активное участие в подготовке задач. Наиболее ответственная часть его работы – подробный разбор решений задач для школьников (во многих случаях разбирается несколько возможных способов решения), который проводится после каждого тура и занимает от 10 до 20 минут. Этого времени обычно хватает комиссиям жюри, чтобы завершить проверку работ и внести результаты в отдельные протоколы. По мере завершения проверки, результаты команд по каждой из задач тура переносятся в электронный протокол и после окончания разбора задач демонстрируются командам. После появления на доске результатов проверки, команды, не согласные с оценкой их работы, могут заявить об этом поднятием табличек с названием (по команде ведущего). Эти апелляции первоначально рассматриваются комиссиями жюри без участия школьников, поскольку в это время уже решают задачи следующего тура. Иногда какие-то из оценок изменяются уже на этом этапе, иногда этого не происходит, но за командами остается право на личную апелляцию в конце регаты, которую по каждой из задач может осуществлять только один из представителей команды.

Для облегчения работы ведущего и членов жюри полные тексты решений всех задач готовятся заранее. Каждая комиссия жюри получает несколько экземпляров решений “своих” задач непосредственно перед началом первого тура регаты и имеет возможность обсудить предварительные критерии проверки. Для разбора задач заранее готовится компьютерная презентация.

После того, как закончены все апелляции и внесены все изменения в протокол, происходит процедура награждения команд – победителей и призеров. Они награждаются специальными дипломами и математической литературой. Количество награждаемых команд зависит от успешности решения задач и составляет, как правило, около 20 процентов от количества команд - участниц.

Подготовка регаты

Проведение регаты требует большой предварительной подготовки, как организационной, так и содержательной.

Регистрация заявок на регату осуществляется по электронной почте. Она начинается за месяц и заканчивается за неделю до даты проведения регаты. Система предварительных заявок связана с тем, что как помещение для регаты, так и материалы должны быть подготовлены заранее.

Обсуждение задач для конкретной регаты происходит примерно за месяц до даты ее проведения. Для этого используется постоянно пополняемый “банк задач”. Так как организаторы регат преследуют, прежде всего, учебные цели, то отсутствует стремление использовать исключительно “оригинальные” задачи: главное, чтобы участвующие школьники не были с ними знакомы. Более того, регаты предоставляют возможность знакомить школьников с “олимпиадной классикой”, подчас незаслуженно забытой!

При составлении комплекта задач для регаты мы руководствуемся следующими принципами:

- В каждом туре учащимся предлагается решить три задачи, относящиеся к различным разделам математики. Как правило, первая задача относится к алгебре или основам математического анализа, вторая – геометрическая, третья – логическая, комбинаторная или “числовая”. Тематика задач должна максимально соответствовать возрасту участвующих школьников.
- Для регаты пригодны только задачи, решение которых может быть изложено сравнительно кратко.
- Задачи каждого тура должны иметь различную тематику, но примерно одинаковый уровень сложности.
- Задания разных туров, имеющие одинаковый порядковый номер, как правило, относятся к одному разделу математики.
- Сложность заданий и время, выделяемое на их выполнение, увеличиваются от тура к туру. Исключение – пятый тур (для 9 – 11 классов), являющийся “утешительным”.
- Задания первого тура должны быть сравнительно простыми, чтобы они были решены большинством команд.

Список задач утверждается заранее. Также заранее готовятся подробные решения для жюри и компьютерная презентация. Кроме того печатается небольшая брошюра с текстами задач и решений только что состоявшейся регаты, которую по окончании получают все участники регаты и их учителя.

Таким образом, комплект распечатанных материалов для проведения регаты включает в себя:

- листы с заданиями для школьников, разложенные “по турам” и размноженные в соответствии с количеством участвующих команд (для удобства сбора листов и проверки каждому номеру задачи соответствует свой цвет листа);
- тексты условий и подробных решений задач, сгруппированных по нумерации, для работы жюри (4 – 5 экземпляров для каждой из комиссий);
- полные тексты условий и решений задач для работы ведущего;

- три протокола – по одному для каждой из комиссий жюри;
- таблички с названиями участвующих команд;
- правила проведения регаты (размноженные в соответствии с количеством команд-участниц).

Подготовку помещения для проведения регаты, изготовление табличек и размножение материалов берут на себя представители группы координаторов регаты.

В качестве иллюстрации – условия задач математической регаты 9 классов, состоявшейся в октябре 2013 года.

Первый тур (10 минут; каждая задача – 6 баллов).

1.1. Прямые $y = kx + b$, $y = 2kx + 2b$ и $y = bx + k$ различны и пересекаются в одной точке. Какими могут быть ее координаты?

1.2. Существует ли выпуклый четырехугольник, у которого каждая диагональ не больше, чем любая сторона?

1.3. Можно ли в клетки таблицы размером 4×4 вписать по целому числу так, чтобы сумма всех чисел таблицы была положительной, а сумма чисел в каждом квадрате размера 3×3 была отрицательной?

Второй тур (15 минут; каждая задача – 7 баллов).

2.1. Докажите, что если $a \leq 1$, $b \leq 1$ и $a + b \geq 0,5$, то $(1 - a)(1 - b) \leq \frac{9}{16}$.

2.2. В треугольнике ABC угол C равен 135° . На стороне AB вне треугольника построен квадрат с центром O . Найдите OC , если $AB = 6$.

2.3. Перемножили несколько натуральных чисел и получили 224, причем самое маленькое число было ровно вдвое меньше самого большого. Сколько чисел перемножили?

Третий тур (20 минут; каждая задача – 8 баллов).

3.1. По дорожке стадиона длиной 400 метров из одной точки в одном направлении выбегают три спортсмена с постоянными скоростями 12 км/ч, 15 км/ч и 17 км/ч. Найдите, через какое наименьшее время спортсмены поравняются.

3.2. В треугольнике ABC из вершин A и B проведены биссектрисы, а из вершины C – медиана. Оказалось, что точки их попарного пересечения образуют прямоугольный равнобедренный треугольник. Найдите углы треугольника ABC .

3.3. На острове 100 рыцарей и 100 лжецов. У каждого из них есть хотя бы один друг. Однажды ровно 100 человек сказали: “Все мои друзья – рыцари”, и ровно 100 человек сказали: “Все мои друзья – лжецы”. Каково наименьшее возможное количество пар друзей, один из которых рыцарь, а другой лжец?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача – 9 баллов).

4.1. Числа x , y и z таковы, что $\frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} = 1$. Какие значения может принимать выражение $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y}$?

4.2. Дан остроугольный треугольник ABC . Точки B' и C' симметричны его вершинам B и C относительно прямых AC и AB соответственно. Окружности, описанные около треугольников ABB' и ACC' вторично пересекаются в точке P . Докажите, что прямая AP проходит через центр окружности, описанной около ABC .

4.3. На экране компьютера – число 141. Каждую секунду компьютер перемножает все цифры числа на экране, полученное произведение либо прибавляет к этому числу, либо вычитает из него, а результат появляется на экране вместо исходного числа. Появится ли еще когда-нибудь на экране число 141?

Пятый тур (15 минут; каждая задача – 7 баллов)

5.1. Верно ли, что $2^{62} + 1$ делится на $2^{31} + 2^{16} + 1$?

5.2. На сторонах AB и CD прямоугольника $ABCD$ отметили точки E и F , так что $AFCE$ – ромб. Известно, что $AB = 16$, $BC = 12$. Найдите EF .

5.3. В классе 33 ученика, всем вместе 430 лет. Докажите, что если выбрать 20 самых старших из них, то им вместе будет не меньше, чем 260 лет. (*Возраст любого ученика – целое число.*)

Дополнительную информацию и полные тексты условий и решений всех состоявшихся регат можно найти по адресу www.olimpiada.ru.

MATHEMATICAL REGATTAS

Abstract. The domain of real human activity requires a successive “team” work: joint planning of actions; division of labor; discussion of problematic moments and so forth. Various team mathematical competitions give possibilities to model such activities. The present paper considers an example of a Russian team competition – the Mathematical regattas.

Alexander Blinkov

✉ Doctor in Physics-Mathematics

Assoc. Professor, Vice-Director

Moscow Center for Continuous Mathematical Education

11, Bolshoy Vlas'yevskiy Pereulok

119 002 Moscow, Russia

E-mail: adblinkov@yandex.ru