

Конкурсни задачи

Contest Problems

Рубриката се води от д-р Светлозар Дойчев

и д-р Веселин Ненков

КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ НА БРОЯ

Задача 1. Нека p е просто число и n е естествено число, по-малко от p . Да се докаже, че числото $(p-1)!C_{n+p}^n + 1$ се дели на p .

Йонуц Иваненску, Крайова, Румъния

Задача 2. Даден е изпъкнал четириъгълник $ABCD$. Окръжностите $k(J_1)$, $k(J)$, $k(I_1)$ и $k(I)$ се допират външно съответно до страните AB , BC , CD и DA , както и до продълженията на съответните им съседни страни. Ако $k(J_1)$ и $k(I_1)$ се допират до AB и CD съответно в точките S и T , да се докаже, че S и T са равноотдалечени от средата на отсечката IJ .

Николай Белухов, Стара Загора

Задача 3. Шестоъгълникът $ABCDEF$ е вписан в окръжност, а диагоналите му AD , BE и CF се пресичат в една точка O . Ако са изпълнени равенствата $AC = CE = EA$, да се докаже неравенството $\left| \frac{DE}{FE} - \frac{DC}{BC} \right| < 1$.

Хаим Хаимов, Варна

Забележка. Поради известни неточности във формулировката на задача 2 от брой 2 на сп. Математика и информатика, тук публикуваме отново тази задача с правилната ѝ формулировка: Нека $ABCD$ е правоъгълник, за който $AB \geq BC$, а M е такава вътрешна точка за $ABCD$, че $\sphericalangle MAB = \sphericalangle MCB = 30^\circ$. Да се докаже, че $ABCD$ е квадрат тогава и само тогава, когато $MA \cdot MC = 2(2 - \sqrt{3}) \cdot AB \cdot BC$.

Краен срок за изпращане на решения 31 януари 2013 г.