

КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ НА БРОЯ

Задача 1. За реалните положителни числа $x_1, x_2, \dots, x_n$ ($n \geq 2$) е изпълнено равенството $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = s$. Да се докаже неравенството

$$\frac{x_1^3}{s - x_1^2} + \frac{x_2^3}{s - x_2^2} + \dots + \frac{x_n^3}{s - x_n^2} \geq \frac{\sqrt{ns}}{n-1}.$$

Кога се достига равенство?

Лучиан Туцеску, Крайова и Мариан Вионеа, Букурещ

Задача 2. Нека M и N са такива точки съответно от страните AC и BC на остроъгълния триъгълник ABC , че да е изпълнено равенството $\sphericalangle AMB + \sphericalangle ANB = 180^\circ$. Ако P и Q са средите съответно на отсечките AN и BM , а T е пресечната им точка, да се докаже, че когато точките M и N менят положенията си върху страните AC и BC , описаната около $\triangle PQT$ окръжност минава през постоянна точка. Къде лежи тази точка?

Хаим Хаимов, Варна

Задача 3. Дадени са сфера S и точките $A_1, A_2, \dots, A_n$ върху нея. Да се определи множеството от точки P , които са вътрешни за S и удовлетворяват равенството $\frac{A_1P}{PB_1} + \frac{A_2P}{PB_2} + \dots + \frac{A_nP}{PB_n} = n$, където B_k е пресечната точка на A_kP и S ($k = 1, 2, \dots, n$).

Христо Лесов, Казанлък

Краен срок за изпращане на решения 31 декември 2015 г.

Конкурсът продължава и през настоящата година. В края на 2015 г. ще бъдат определени читателите с най-интересни решения на конкурсните задачи, а така също най-активните композитори на нови задачи, както и авторите на най-интересните статии. Първенците ще получат безплатни годишни абонаменти за 2016 г.

Решенията трябва да бъдат представяни ясно, като всяка задача е задължително да бъде на отделен лист. Моля, изпращайте решенията на адреса на редакцията или в електронен вид на mathinfo@azbuki.bg и vnenkov@mail.bg