

Конкурсни задачи
Contest Problems

Рубриката се води от доц. д-р Веселин Ненков

КОНКУРСНИ ЗАДАЧИ НА БРОЯ

Задача 1. Върху правата AB е взета произволна точка C . Точките M и N лежат в една полуравнина спрямо AB и са такива, че $\triangle ACM$ и $\triangle CBN$ са равнострани. Ако T е петата на перпендикуляра, спуснат от C към MN , да се намери геометричното място на точката T , когато C описва AB .

Ксения Горская, Дарья Контева, Даниил Микуров – Архангелск, Русия

Задача 2. Върху отсечката AB е взета произволна точка C . Точките M и N лежат в различни полуравнини относно AB и са такива, че $\triangle ACM$ и $\triangle CBN$ са равнострани. Ако T е пресечната точка на общата допирателна през C за описаните окръжности на $\triangle ACM$ и $\triangle CBN$ с отсечката BM , да се намери геометричното място на точката T , когато C описва AB .

Еркен Мудебаев, Казбек Мухамбетов, Адилбек Темирханов – Актау, Казахстан

Задача 3. Дадени са $\triangle ABC$ и точки A_0 , B_0 и C_0 , лежащи съответно върху страните BC , CA и AB . Вътрешно за $\triangle ABC$ са построени равнобедрените триъгълници BA_0M_a , CB_0M_b и AC_0M_c с ъгли при основите BA_0 , CB_0 и AC_0 , равни на α_0 . Аналогично, вътрешно за $\triangle ABC$ са построени равнобедрените триъгълници CA_0N_a , AB_0N_b и BC_0N_c с ъгли при основите CA_0 , AB_0 и BC_0 , равни на β_0 . Точките T_a , T_b и T_c са вътрешни за отсечките M_aN_a , M_bN_b и M_cN_c и такива, че $\frac{M_aT_a}{N_aT_a} = \frac{\cos \alpha_0 \cdot A_0M_a}{\cos \beta_0 \cdot A_0N_a}$, $\frac{M_bT_b}{N_bT_b} = \frac{\cos \alpha_0 \cdot B_0M_b}{\cos \beta_0 \cdot B_0N_b}$, $\frac{M_cT_c}{N_cT_c} = \frac{\cos \alpha_0 \cdot C_0M_c}{\cos \beta_0 \cdot C_0N_c}$. Когато A_0 , B_0 и C_0 се движат по BC , CA и AB , точките T_a , T_b и T_c описват съответно геометричните места π_a , π_b и π_c . Да се докаже, че:

- геометричните места π_a , π_b и π_c са части от параболи;
- ако V_a , V_b и V_c са върховете на параболите π_a , π_b и π_c , правите AV_a , BV_b и CV_c се пресичат в една точка или са успоредни.

Лили Стефанова, Ирина Христова, Радина Иванова – Ловеч, България

Краен срок за изпращане на решения 31 май 2017 г.

Конкурсът продължава и през настоящата година. В края на 2016 г. ще бъдат определени читателите с най-интересни решения на конкурсните задачи, а така също най-активните композитори на нови задачи, както и авторите на най-интересните статии. Първенците ще получат безплатни годишни абонаменти за 2017 г.

Решенията трябва да бъдат представяни ясно, като всяка задача е задължително да бъде на отделен лист. Моля, изпращайте решенията на адреса на редакцията или в електронен вид на mathinfo@azbuki.bg и vnenkov@mail.bg