https://doi.org/10.53656/math2024-5-3-a3d

Educational Issues
Въпроси на преподаването

3D ОБРАЗОВАТЕЛЕН ПОДХОД В ОБУЧЕНИЕТО ПО СТЕРЕОМЕТРИЯ

Пеньо Лебамовски[1)], Марияна Николова[2)]

[1)] *Институт по роботика, Българска академия на науките София (България)*

[2)] *Великотърновски университет „Св. св. Кирил и Методий“ Велико Търново (България)*

Резюме. В тази статия е представен нов образователен подход в обучението по дисциплината стереометрия чрез създаване на 3D приложение, работещо във виртуална реалност (ВР) със и без потапяне. Приложението е разработено с помощта на Java3D. При генерирането на геометрични фигури, базирани на правилен многоъгълник, като призма и пирамида, се прилага нов алгоритъм, който използва елементи от метода на неделимите на Кавалиери и метода на границите на Исак Нютон. При генерирането на геометрични фигури, като конус, цилиндър и тор, се прилага традиционен метод, използващ тригонометрия и екструдиране на 2D/3D графика. Интерфейсът на приложението използва 2D техники, като бутони, слайдър и текстово поле/площ и 3D техники – сензори за навигация, чрез джойстик. С новото приложение ще се подобри начинът, по който учениците ще получават нови знания, както и ще се осъществи по-тясна връзка между учител, ученик и ВР.

Ключови думи: виртуална реалност (ВР); електронно обучение; стереометрия; 3D принтер

1. Увод

В момента в съвременните училища все повече се използват информационните и комуникационните технологии (Nikolova 2022; Nikolova & Kiskinova 2023) не само в часовете по компютърни науки, но и при изучаването на редица предмети, в това число и по стереометрия. При преподаването на учебния материал по дисциплината стереометрия преподавателите се сблъскват основно с проблеми, свързани с пространственото въображение на учениците при изучаване на геометрични фигури и затрудненията им при преминаване от двумерно към триизмерно представяне на обектите. Прилагането на традиционния начин на преподаване по математика, раздел стереометрия, ограничава визуализацията на изучавания материал, което се отразява върху напредъка при изучаването на 3D геометрични обекти. Традиционните учебни програми работят в

рамките на двумерни чертежи при изучаване на триизмерни геометрични фигури. С развитието на информационните технологии учебният процес е функция на обектите: ученик, математически знания, учител и „виртуална реалност“, като учителят управлява учебния процес с помощта на компютър (Bramford 2011; LaValle 2016). Курсът по дисциплината стереометрия е продължение на този по планиметрия и затова много често при изучаването на стереометрията е необходимо използването на различни дефиниции и теореми от планиметрията с цел изясняване на стереометрични понятия, т.е. решаването на някои стереометрични задачи се свежда до решаването на задачи от планиметрията. За да се постигнат по-добри резултати в обучението по дисциплината стереометрия, е необходимо да се създадат софтуерни приложения, с които да се предоставят възможности за построяването на пространствен модел на изучавания обект, докато при традиционния начин на обучение чертежите основно се представят равнинно. Това обикновено затруднява учениците, а в някои случаи дори ги обърква. Стереосистемата дава възможност за параметрично представяне на изучаваните геометрични фигури. Много важна част от обучението е преминаването от 2D към 3D (Mihailova et al. 2014).

В някои български училища вече се използват софтуерни приложения, като Geogebra, Dalest, Cabri 3D и други (Mihailova et al. 2014; Rososzczuk 2015), които предлагат разнообразие от инструменти за изучаване на дисциплината стереометрия и могат да бъдат полезни както за ученици, така и за преподавателите, стремящи се да представят учебния материал визуално и по привлекателен начин. От тези три софтуера само в Geogebra е реализирана възможност за стереоскопична перспектива, чрез използването на анаглифни очила.

Целта на настоящата статия е да се представи ново софтуерно приложение (StereoMV) за обучение по дисциплината стереометрия, реализирано чрез Java3D със стереоскопична възможност за ВР с потапяне и без потапяне.

2. Софтуерно приложение за обучение по дисциплината стереометрия

Основната цел на създаденото стереоскопично приложение StereoMV е да се разработи динамичен триизмерен софтуер, подпомагащ изучаването на дисциплината стереометрия.

2.1. Основни функции на софтуерното приложение

Наблюдение. Наблюдението е важен процес при обучението по стереометрия. Чрез софтуера е възможно учениците да наблюдават геометричните обекти посредством системи за ВР със и без потапяне, реализирани с

помощта на анаглифни, шутърни очила и виртуален шлем. Общото между тях е, че те реализират стереоскопична перспектива, като и в трите случая е необходимо всяко око да получи различно изображение (Jinwu et al.; McAllister 2002). В случай на ВР с пълно потапяне, реализирано с виртуален шлем, всяко око получава изображение под различен ъгъл, т.е. чрез два „монитора“ за ляво и дясно. При анаглифните очила се използва цветово филтриране на образа, като най-често то се осъществява чрез червен и син прозрачен филтър. Двете очи получават една и съща информация с леко отместване и различен материал. При шутърните очила е необходимо специално оборудване, като активни очила, видеокарта, устройство за синхронизация и 3D дисплей. При активната технология се запазват цветовете, а това е нейното най-голямо предимство. Мониторът представя на всяко око едно и също изображение, което е леко отместено едно спрямо друго. В същото време ефектът се получава чрез прозрачност, която се генерира от хардуера.

Проучване. Чрез новия алгоритъм за генериране на стереометрични обекти, представен в тази статия, се използват елементи от метода на неделимите на Кавалиери и метода на границите на Исак Нютон, като по този начин се постига по-голяма точност в сравнение с прилагането на тригонометрията. Този алгоритъм представя страната на многоъгълника чрез брой върхове и дължина на страната, което е математически поточно в сравнение с прилагането на тригонометричния метод, и в същото време върховете на полигона могат да растат до безкрайност. Колкото повече са върховете, толкова по-гладка е основата. Чрез процеса проучване учениците ще могат по-лесно да изследват и откриват свойства на генерираните геометрични фигури. Посредством създаденото приложение учениците могат да разглеждат фигурите свободно по трите измерения (абсциса, ордината и апликата). До този момент, чрез прилагането на традиционните методи за преподаване, като лист хартия и дъска, учениците, които нямат пространствено въображение, трудно забелязват зависимостите в изучаваните стереометрични фигури. Приложението StereoMV дава възможност на учениците да наблюдават и изследват геометричните фигури по два начина: плътно и прозрачно (Srinivasan et al.), както и възможност да наблюдават отвътре фигурата, като се създава илюзията, че ученикът „се разхожда“ в нея.

Проследяване. Посредством тази функция на ученика се предоставя възможност да изследва части или изменения на фигурата в случаите, когато се изучават пресечена или наклонена призма и пирамида.

Измерване. Приложението дава възможност на ученика след добавянето на геометричния обект на екрана да изчисли: площта, лицето и обема на фигурата. Ученикът може да променя параметрите на геомет-

ричната фигура и от там да изследва свойствата ѝ. Например промяната на височината на фигурата довежда до промяна в обема и околната повърхнина на фигурата.

3D печат. Приложението на 3D печата при изучаването на геометричните фигури довежда до следните предимства.

• Засилва се интересът на учениците към стереометрията.

• 3D моделирането на фигури, като правилен многоъгълник, пирамида, конус, призма и цилиндър, както и тяхното отпечатване довеждат до забавно и приятно обучение. По този начин трудните за разбиране понятия ще бъдат освен видими, но и осезаеми.

2.2. Предимства на софтуерното приложение

Създаденото ново приложение позволява на учениците да генерират, наблюдават и манипулират геометрични фигури в пространството; да се извършват изчисления на повърхнините и обемите на геометричните фигури; да изучават техните свойства и да решават стереометрични задачи с помощта на геометрични модели и анимации. Приложението предоставя и визуалното представяне на фигурите посредством ВР със и без потапяне, както и 3D печат.

Интерактивната, богата на обекти среда на StereoMV е предназначена да насърчава изследването и експериментирането с 3D математически обекти и може да допринесе за интеграцията на математиката с други учебни дисциплини.

2.3. Електронно обучение

С развитието на информационните технологии днес може да се каже, че учебният процес е функция на взаимодействие между ученик, знания, учител и 3D технология. При този подход учителят ще продължи да контролира учебния процес, както и при традиционния метод. Два са основните подхода при електронното обучение: конструктивизъм и конективизъм (Siemens 2005). Те са взаимно противоположни и може лесно да се приложат при обучение с предложеното приложение. В първия случай ученикът трябва да може сам да открива зависимости, които софтуерът му представя. Например след като се изучи понятието многоъгълник и куб, ученикът сам трябва да може да разбере какво е призма, пирамида и паралелепипед. Интерфейсът на приложението дава възможност за избор от падащо меню да се получи информация за геометричните фигури. При конструктивизма ученикът използва стари познания, чрез помощта на които разбира новата информация, като:

• използва източници, които са различни от стандартните: дъска, учебник и др.;

• участва активно в процеса на обучение;

• може да се реализира изследователска работа в процеса на обучение;

• извършва подробен анализ след решаването на математическия проблем;

• трябва да може да се аргументира.

Противоположен подход е конективизмът, при който не е необходимо използването на опорни знания от миналото. Материалът се предоставя наготово. Този подход също намира приложение в процеса на обучение, като ученикът използва наготово информация, която се получава чрез компютърни команди за търсене.

3. Методология на изследването

Тригонометрията е дял от математиката, който се занимава с изучаването на връзките между ъглите и страните на триъгълниците. Тя е основна област в геометрията, която се използва за анализ и изчисления в ситуации, включващи ъгли и разстояния. Тригонометрията играе ключова роля в много научни и технически области, включително 2D и 3D компютърна графика, небесна механика и навигация в пространството. Съвременните софтуери по математика и 3D моделиране използват тригонометрията при моделиране, базирано на ръбести и ротационни тела. С помощта на тригонометрията е възможно да се генерират обекти, като конус, цилиндър, сфера и тор. Това става с помощта на екструдирането на 2D/3D полигони. Принципът е следният: основата на стереометричния обект се задава с определен брой върхове и дължина на радиуса, като може да се зададе голям брой върхове, които образуват кръг. След като се построи основата, се издига височината с помощта на транслационно движение на вектор по две от измеренията на координатната ос. За да се генерира сфера и тор чрез традиционния метод, се екструдира полуокръжност или окръжност. В първия случай се прилага ротация по центъра на координатната ос. Действието за тяхното конструиране е поетапно и може да се проследи целият процес на създаване. Това става чрез задаване степен на завъртане. Чрез екструдиране може да се преобразува 2D сечение или полигон до триизмерна графика и това става чрез транслация, ротация или чрез произволна крива (Maleshkov & Gorgiev 2014; Klawonn 2008; Zhang & Liang 2007).

4. Генериране на геометрични фигури

Създаденото софтуерно приложение генерира следните два типа обекти, които се изучават по математика, в раздел стереометрия:

• 3D ръбести геометрични фигури: полигони(многоъгълници), куб, паралелепипед, призма и пирамида;

• ротационни геометрични тела: цилиндър, конус, сфера и тор.

4.1. Генериране на ръбести геометрични фигури

За генериране на ръбести геометрични фигури, базирани на правилен многоъгълник, като призма и пирамида се прилага алгоритъм, който използва елементи от метода на неделимите на Кавалиери и метода на границите на Исак Нютон (Bashmakova 1975; Ivanov 1965; Newton 2002). С негова помощ се изчертава компютърно правилен многоъгълник, като крайният резултат е полигон, характеризиращ се с брой върхове и дължина на страната му. Този метод дава по-добър резултат от традиционния метод, използващ тригонометрия при генерирането на правилен многоъгълник. При традиционния метод броят на върховете е краен брой и понякога дава приблизителна стойност. Предложените нови за програмирането и математиката полигони изчертават фигурата без ограничение на броя върхове и зависят от мощта (параметрите) на компютъра. Изчертаването на многоъгълника става посредством отношението на безброй много успоредни отсечки. За да се изчислят върховете, фигурата се поставя в центъра на координатната ос, след което с помощта на отношението между дължината на отсечките и височината в триъгълник/четириъгълник се изчисляват върховете на полигона. Това може да стане посредством използването на 2D и 3D библиотеки. Обектът за генериране се разполага върху 4-те квадранта и стойностите на върховете са сходни, понеже фигурата е правилна, като някои координати имат положителна стойност, а други – отрицателна. След като се изчислят върховете, полигонът се разделя на определен брой триъгълници и започва процесът на самото генериране с цел визуализация. Най-подходящият примитив в моделирането е триъгълник (Chazelle 1991; Ko & Cheng 2009), понеже е известно, че три върха лежат в една равнина и е възможна лесна триангулация. Необходимо е върховете на полигона да бъдат обходени в една и съща посока, която може да бъде по часовниковата или срещу часовниковата стрелка. Ако трябва фигурата да се представи скелетно/мрежово, има възможност за изчертаване чрез използването на примитива линия. За да се получи завършен вид на фигурата, е необходимо тя да се представи като плътно тяло (Jarroush & Even-Tzur 2004).

Алгоритъмът за построяване на ръбеста геометрична фигура е следният.

• Задава се полигон с 6 върха, като отношението между успоредните отсечки се приема да е 1:2:1.

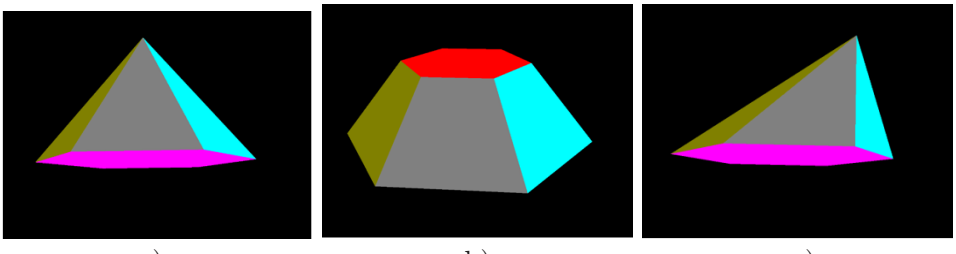
• Полигонът се разделя на два трапеца, които в случая са равнобедрени, координатите на които са показани в таблица 1.

• Страната на горната основа се приема за **a.**

• Изчисляване височината на трапеца и построяването му.

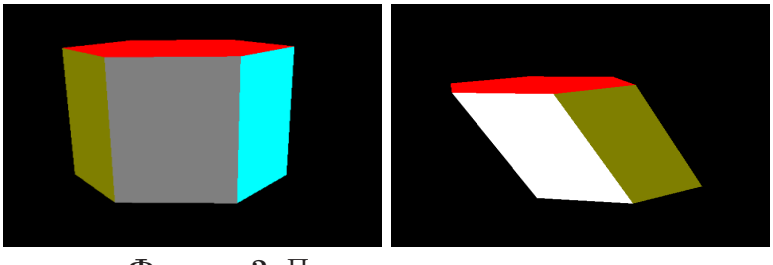
На базата на тази информация лесно могат да се конструират ръбес-

тите тела: пирамида/конус или призма/цилиндър. В първия случай е необходимо добавянето на още един връх, който се явява височина (фиг. 1). При генерирането на пресечена пирамида или призма се добавя горната основа (фиг. 2).



a) b) c)

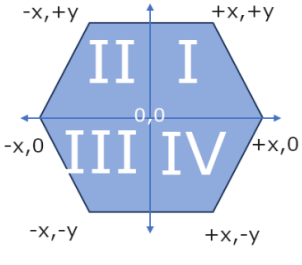
Фигура 1. a)Правилна, b) Пресечена и c) Наклонена пирамида



Фигура 2. Права и наклонена призма

Таблица 1. Правилен шестоъгълник в координатната ос и информация за .obj файл

№	X	Y
1	-a/2	(-a/2)*sqrt(3)
2	a/2	(-a/2)*sqrt(3)
3	a	0
4	a/2	(a/2)*sqrt(3)
5	-a/2	(a/2)*sqrt(3)
6	-a	0




```
# StereoMV
v 3 0 0
v 1.5 0 2.598
v -1.5 0 2.598
v -3 0 0
v -1.5 0 -2.598
v 1.5 0 -2.598
f 4 5 6
f 4 6 1
f 4 1 2
f 4 2 3
```

4.2. Генериране на ротационни геометрични фигури

Генерирането на окръжност (основата на плътен цилиндър) може да се реализира посредством две кубични криви с по четири контролни точки. На фиг. 3a е показан плътен цилиндър. За генерирането на цилиндър без горна и долна основа се използва квадратична крива с 3 контролни точки – фиг. 3b и фиг. 3c. След като кръгът се генерира, той се разделя на две полуокръжности, т.е. на два сегмента. Крайните точки на кубичната крива трябва да съвпадат с крайните точки на кръговите дъги. Средната точка на кубичната крива трябва да лежи на окръжността, като контролните точки на кривите се определят по следния начин:

• четирите контролни точки за първата крива са следните:

$$P_0 = (1, 0), P_1 = (-1, 4/3), P_2 = (1, 4/3) \text{ и } P_3 = (1, 0),$$

а за втората крива стойностите са:

$$P_0 = (1, 0), P_1 = (1, -4/3), P_2 = (-1, -4/3) \text{ и } P_3 = (-1, 0).$$

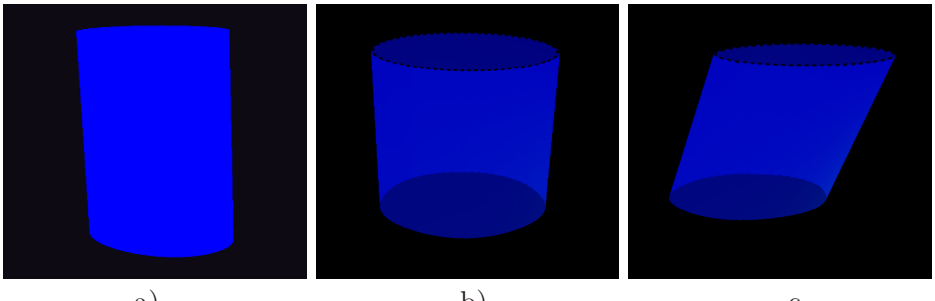
• x и y са координатите на точките.

За генерирането на окръжност е необходимо да се изпълнят следните условия.

• Окръжността да се разположи на координатната ос.

• Окръжността се разделя на две кубични криви с по четири контролни точки, съответно по (I и II) квадрант, както и по (III и IV) квадрант.

• Задават се контролните точки на кривите.



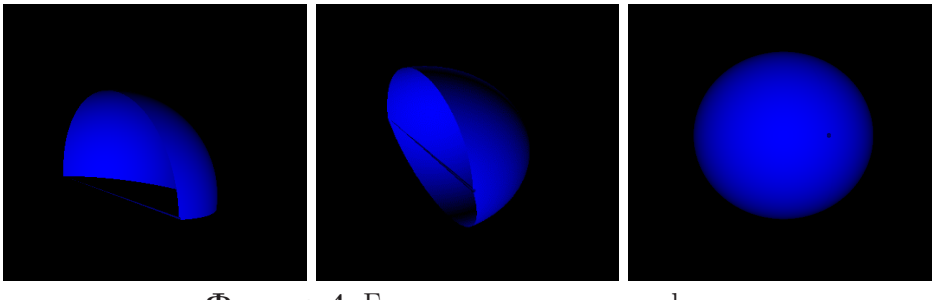
a) b) c

Фигура 3. a) Плътен, прав цилиндър, b) Цилиндър без горна и долна основа, c) Наклонен цилиндър

За създаването на крива, състояща се от 4 върха, се използва класът `GeneralPath` и методите `curveTo` и `moveTo` от Java. Първият върх се задава с метода `moveTo`, а следващите три върха се указват с метода `curveTo`. Задаването на полуокръжност е параметрично и кривата може

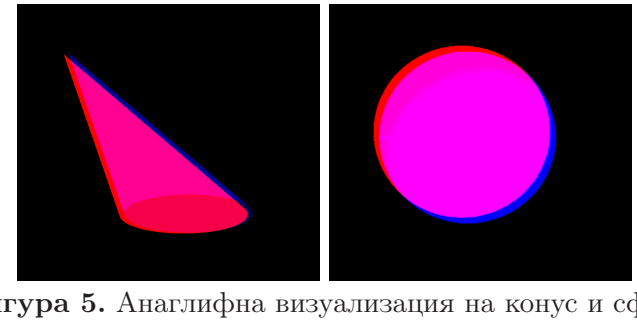
да се видоизменя от права линия до дъга, полуокръжност, елипса и кръг. Следва преобразуването на 2D (кръг) до 3D (цилиндър) чрез прилагането на техниката екструдиране. За генерирането на цилиндър без горна и долна основа се използва квадратична крива на Безие с 6 сегмента и 3 контролни точки за всеки един от тях. Правилният шестоъгълник се описва и вписва в окръжност, след което се прекарват определен брой успоредни отсечки, като в случая се използва отношението 1:3/2:2. Следва прилагането на новия метод при изчисляване стойностите на върха на изследваната фигура. Накрая окръжността се екструдира в цилиндър чрез транслация, като може да бъде права или наклонена.

В табл. 2 са показани основните стъпки за построяване на ротационни геометрични фигури, като се използват тригонометрия, матрици и екструдиране, а за сфера и тор може да се зададе степен на завъртане и да се проследи генерирането на фигурата поетапно. На фиг. 4 е екструдирана сфера посредством полуокръжност. Конусът се генерира по сходен начин, чрез екструдиране на правилен многогълник чрез транслация.



Фигура 4. Генерирана поетапно сфера

На фиг. 5 е представена анаглифна визуализация на софтуера StereoMV за обучение по стереометрия.



Фигура 5. Анаглифна визуализация на конус и сфера

Таблица 2. Основни стъпки на алгоритмите за генериране на обекти по стереометрия

Фигура	Основни стъпки за генериране на 3D фигура
Конус	• По зададен радиус се построява основата, която е полигон с 90 върха. • Следва издигането на центъра на окръжността чрез задаване на височина по ординатата.
Сфера	• Задава се полуокръжност чрез матрица за ротация и екструдиране. • Полуокръжността се завърта в центъра на координатната ос. • Задава се степен на завъртане.
Тор	• Задава се кръг. • В една матрица се задават стойности за ротация и транслация. • Следва завъртането на окръжността по оста y. • Задава се степен на завъртане.

5. Примерен урок с помощта на съвременен образователен подход (StereoMV)

Примерният урок е разработен с помощта на стереоскопичната система StereoMV.

Тема на урока (5. клас): **Правоъгълен паралелепипед**

Опорните знания, свързани с този урок, са: • разлика между правоъгълник и квадрат;

• връзка между споменатите фигури.

Въвеждат се следните нови понятия:

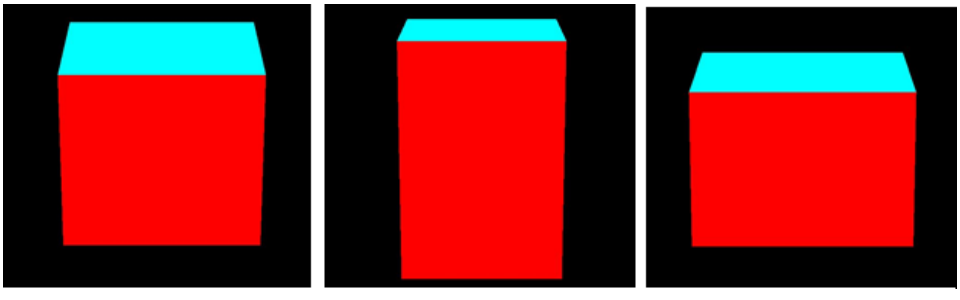
• измерения на правоъгълен паралелепипед;

• общото между двете геометрични тела: куб и паралелепипед;

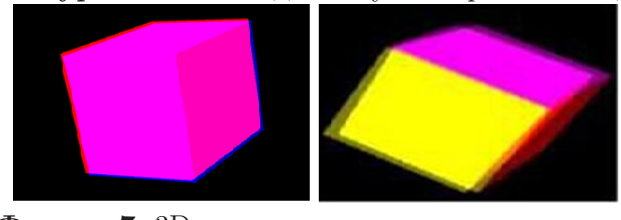
• дължина, ширина и височина на паралелепипед.

Учителят дава пример за правоъгълен паралелепипед, като уточнява, че той е тяло с 6 стени, които са правоъгълници. Следва примерна задача за математически модел на паралелепипед, чрез която се обяснява кои са измеренията на паралелепипеда. Разглеждат се основните елементи на паралелепипеда: дължина, ширина и височина. Показва се общото между куб и паралелепипед, които имат сходни елементи. Припомнят се елементите на куба: кубът има 8 върха, 12 ръба и 6 стени. Въвеждат се новите елементи на паралелепипеда (фиг. 6). Учителят показва, че

кубът е вид паралелепипед. Чрез падащо меню от системата се представя информация за това какво е куб и връзката му с паралелепипед, квадрат и правоъгълник.



Фигура 6. 3D изгледи на куб и паралелепипед



Фигура 7. 3D пасивна и активна визуализация

Стереосистемата предоставя различни възможности при изучаване на тази тема.

• Предоставя 3D модел на паралелепипед, с помощта на който учениците сами трябва да открият елементите му.

• Показва връзката между куб и паралелепипед чрез въвеждането на дължина, ширина и височина.

• Предоставя възможност за преминаване от едната фигура (куб) в другата (паралелепипед).

• Учениците може да разгледат както плътен, така и прозрачен изглед на паралелепипед.

• Учениците могат да разглеждат телата в системи с виртуална реалност със и без потапяне, като активна – чрез шутърни очила, като пасивна – посредством анаглифни очила, или чрез виртуална реалност с потапяне (фиг. 7).

• Възможно е експортиране на фигурата в .obj файл и отпечатване на 3D принтер.

• Взаимодействието между софтуера и ученика може да стане посредством мишка, клавиатура и джойстик.

6. Заключение

Необходимостта от използването на 3D технологии в обучението на учениците се очаква да доведе от съществено подобряване на разбирането и усвояването на учебното съдържание по стереометрия, както и да се постигнат успехи в мотивирането и желанието за работа на учениците. С помощта на този вид обучение се очаква да се преподава много по-ефективно в сравнение с традиционните методи на преподаване. 3D технологиите в обучението по стереометрия помагат на учениците да придобият по-добро разбиране за пространствените фигури и техните свойства. Тези методи подобряват пространственото мислене и подготвят учениците за бъдещи предизвикателства в научни, инженерни и технически дисциплини. Представеният нов подход за генериране на правилен многоъгълник ще намери приложение при създаване на обекти, различни от тези по стереометрия, посредством програми за 3D моделиране.

Благодарности

Научното изследване е проведено като част от проекта „Изследване и анализ на възможностите за повишаване персонализацията на обучението в дигитална среда“ №: КП-06-М65/5 от 16.12.2022 г., Конкурс за финансиране на фундаментални научни изследвания на млади учени и постдокторанти (2022 – 2024 г.), Фонд „Научни изследвания“.

REFERENCES

BAMFORD, A., 2011. *The 3D in education*”, White Paper Bamford, pp. 1 – 7.

BASHMAKOVA, I.G, MAYSROROV, L.E., ROSENFELD, B.A., CHIRIKOV, M.V., SHEYNIN, O.B., YUSHKEVICH, A.P., 1975. *Istoria na matematikata*, vol. 2, Nauka i izkustvo, Sofia, (in Bulgarian). https://biblio.chitanka.info/books/7776

CHAZELLE, B., 1991. Triangulating a simple polygon in linear time. *Discrete Computational Geometry,* vol. 6, pp. 485 – 524. https://doi.org/10.1007/BF02574703

HULEIHIL, M., 2016. 3D printing technology as innovative tool for math and geometry teaching applications”, *5th Global Conference on Materials Science and Engineering*, Tunghai University, Taiwan. https://doi.org/10.1088/1757-899X/164/1/012023

IVANOV, P., 1965. *Metodika na obuchenieto po matematika*, Nauka i izkustvo, Sofia. (in Bulgarian) https://knizhen-pazar.net/sold_products/books/711293-metodika-na-obuchenieto-po-matematika

JARROUSH, J., EVEN-TZUR, G., 2004. Constructive solid Geometry as

the Basis of 3D future Cadastre, *FIG Working Week 2004*, Athenes, Greece. https://gdmc.nl/3Dcadastres/literature/3Dcad_2004_05.pdf

JINWU, K., XIAOPENG, ZH., CHI, ZH., BAICHENG, L., 2014. Application of 3D stereoscopic visualization technology in casting aspect, *China Foundary*, vol. 11, no. 4, pp. 308 – 313.

KLAWONN, F., 2008. *Introduction to Computer Graphics Using Java 2D and 3D*, Springer, London, 2008. doi: 10.1007/978-1-4471-2733-8

KO, CH., CHENG, CH., 2009. Interactive Web-Based Virtual Reality with Java 3D", *IGI Global*. doi: 10.4018/978-1-59904-789-8

LAVALLE, S.M., 2016. *Virtual Reality*, Cambridge University Press, pp. 66 – 92. http://vr.cs.uiuc.edu/

MALESHKOV, S., GEORGIEV, V., 2014. *Komputarna grafika i fotorealistichna vizualizacia*", Nov balgarski universitet, Sofia. (in Bulgarian). ISBN: 9789545358067.

MCALLISTER, D.F., 2002. Display Technology: Stereo & 3D Display Technologies. *Encyclopedia of Imaging Science and Technology*, Editor J.P. Hornak, John Wiley&Sons, Inc., NewYork, pp. 1327 – 1344. doi: 10.1002/0471443395.img093

MIHAILOVA, M., MIERLUS-MAZILU, I., VELIKOVA, E., 2014. Transition From 2D to 3D with GeoGebra. *Romania journal of mathematics and computer science*, vol. 4, no. 2, pp. 209 – 222. https://doaj.org/article/1fbfa8511173484db8ccbb33a527ca36

NEWTON, I., 2002. *The Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Ed. David R. Wilkins. https://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Newton/Principia/Bk1Sect1/PrBk1St1.pdf

NIKOLOVA, M., 2022. *Digitalna obrazovatelna sreda. Elektronni instrumenti v obuchenieto po informatika i informacionni tehnologii*, Abagar Veliko Tarnovo, pp. 116 (in Bulgarian). ISBN: 978-619-168-324-6

NIKOLOVA, M., KISKINOVA, N., 2023. Qualification and University Education of the Information and Communication Technologies Department Chair in Bulgarian Schools. *Mathematics and Informatics*, vol. 66, no. 2, pp. 35 – 49. https://doi.org/10.53656/math2023-1-4-obl

ROSOSZCZUK, R., 2015. Application of Cabri 3D in Teaching Stereometry. *Advances in Science and Technology Research v Journal*, vol. 9, no. 26, pp. 148 – 151. https://doi.org/10.12913/22998624/2382

SIEMENS, G., 2005. Connectivism: A Learning Theory for the Digital Age, *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning (ITDL)*. https://www.itdl.org/Journal/Jan_05/article01.htm

SRINIVASAN, V., MANDAL, E., AKLEMAN, E., 2005. Solidifying wireframes. In *Proceedings of the 2004 bridges conference on mathematical connections in art, music, and science*. Banff, Alberta, Canada.

https://archive.bridgesmathart.org/2005/bridges2005-203.pdf
ZHANG, H., LIANG, Y.D., 2007. *Computer Graphics using Java 2D and 3D. Prentice Hall.* ISBN 0-13-035118-0

ЛИТЕРАТУРА

БАШМАКОВА, И.Г., МАЙСТРОВ, Л.Е., РОЗЕНФЕЛД, Б.А., ЧИРИКОВ, М.В., ШЕЙНИН, О.Б., ЮШКЕВИЧ, А.П., 1975. *История на математиката*, Том 2, Наука и изкуство, София. https://biblio.chitanka.info/books/7776

ИВАНОВ, П., 1965. *Методика на обучението по математика*, Наука и изкуство, София. https://knizhen-pazar.net/sold_products/books/711293-metodika-na-obuchenieto-po-matematika

МАЛЕШКОВ, СТ., ГЕОРГИЕВ, В., 2014. *Компютърна графика и фотореалистично визуализация*, Нов български университет, София. ISBN: 9789545358067

НИКОЛОВА, М., 2022. *Дигитална образователна среда. Електронни инструменти в обучението по информатика и информационни технологии*, Абагар, Велико Търново. ISBN: 978-619-168-324-6.

A 3D EDUCATIONAL APPROACH IN STEREOMETRY TRAINING

Abstract. This article presents a new educational approach to teaching the discipline of stereometry by creating a 3D application working in virtual reality (VR) with and without immersion. The application is developed using Java3D. A new algorithm that uses elements of Cavalieri's method of indivisibles and Isaac Newton's method of limits is applied to generate regular polygon-based geometric figures, such as prisms and pyramids. A traditional method using trigonometry and 2D/3D graphics extrusion generates geometric shapes such as cone, cylinder and torus. The application interface uses 2D techniques, such as buttons, slider and text field/area, and 3D technique – navigation sensors, through a joystick. The new application will improve the way in which students gain new knowledge and will create a closer relationship between teachers, students, and VR.

Keywords: virtual reality (VR); e-learning; stereometry; 3D printer

✉ **Dr. Penio Lebamovski, Assist. Prof.**
ORCID iD: 0000-0002-5713-5710
Institute of Robotics
Bulgarian Academy of Sciences
Sofia, Bulgaria
E-mail: p.lebamovski@abv.bg

✉ **Prof. Dr. Mariyana Nikolova**
ORCID iD: 0000-0002-9503-2165
"St. Cyril and St. Methodius" University
Veliko Tarnovo, Bulgaria
E-mail: m.nikolova@ts.uni-vt.bg